

# COMPTES RENDUS

## DES SÉANCES

### DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

---

SÉANCE DU LUNDI 31 MARS 1879.

PRÉSIDENTE DE M. DAUBRÉE.

---

#### MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

GÉOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Conformité des systèmes de cassures obtenues expérimentalement avec les systèmes de joints qui coupent les falaises de la Normandie.* Note de M. DAUBRÉE.

« Au milieu des cassures innombrables qui traversent les falaises de la Normandie, il en est qui se distinguent, même à distance, par leur netteté et leur continuité, et se poursuivent sur toute la hauteur de ces escarpements verticaux, qui atteint 100 mètres. C'est à ces *joints principaux* que se rapportent les observations qui suivent.

» Grâce aux démolitions qui se sont produites le long des plans de fractures, les joints ne sont pas visibles seulement sur la paroi verticale, mais reconnaissables aussi dans leurs directions et dans leurs formes. En relevant avec soin, à la boussole, tous les joints que l'on peut nettement observer, sur une longueur d'environ 14 kilomètres, du bourg d'Ault à Jolibois, près de Mesnil-Val, j'y ai reconnu des directions variées, au milieu desquelles il en est deux qui sont prédominantes. Leurs moyennes sont respectivement N. 50° E. et N. 127° E.



» Quant à leurs inclinaisons, ces cassures sont quelquefois verticales ; le plus souvent, leur inclinaison sur l'horizon varie de 60 à 65 degrés. La plupart des joints N.-O. plongent vers le N.-E. Il n'est pas rare que deux joints se croisent, avec des inclinaisons contraires et symétriques.

» Au premier abord, ces cassures se présentent avec les allures que l'on connaît aux failles ; cependant on constate, en général, lorsque la stratification est bien reconnaissable, qu'elle n'a pas subi de rejets. Dans cette région, les failles sont relativement rares. Ça et là, on peut observer des stries de frottement horizontales sur les parois des joints, par exemple entre Mers et le bourg d'Ault.

» Ainsi considérés, tant en plan horizontal qu'en coupe verticale, ces joints constituent deux systèmes, dont l'ensemble donne l'idée d'un réseau. Cette disposition n'a aucune ressemblance avec des cassures qu'aurait opérées un simple retrait ; au contraire, des liens étroits les rattachent aux failles de la même région.

» D'ailleurs, leur agencement rappelle complètement les cassures que l'on fait naître dans une plaque, en exerçant sur elle une faible torsion. De même que dans les expériences, à côté d'irrégularités considérables dans le détail, il y a une tendance générale à un réseau assez régulier.

» Dans la région qui nous occupe, les couches de craie, quoique en apparence horizontales, présentent deux systèmes de ploiements à grandes courbures, qui ont été signalés par divers observateurs, notamment par M. Hébert. Il paraît dès lors naturel de supposer que ces ploiements ont entraîné les actions mécaniques, torsions ou autres, qui, de même que dans les expériences, ont donné naissance à toutes ces cassures, d'autant plus que leurs directions générales sont parallèles avec les axes de ces ploiements.

» En examinant, dans d'autres contrées, des couches qui, au lieu d'être restées horizontales, ont été fortement redressées, j'ai également observé, pour les joints qui les traversent, des dispositions analogues aux résultats d'expériences. Comme exemples, je citerai la vallée dite du Chaudron, près de Montreux, et la vallée de la Vevèze, aux environs de Vevey : la première échancrée dans du calcaire jurassique, la seconde dans la molasse. En général, les joints forment deux systèmes, dont l'un correspond à la direction, l'autre à la ligne de plus grande pente. Ce dernier caractère suffirait à montrer que la cause des joints se rattache aux efforts mêmes qui ont produit le redressement de la stratification. »



GÉOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Convenance de dénominations spéciales pour divers ordres de cassures de l'écorce terrestre.* Note de M. DAUBRÉE.

« Parmi les cassures, de formes et d'origines variées, qui traversent en tous sens l'écorce terrestre, il est certains types qu'il paraît utile de caractériser nettement et de coordonner.

» Il en est qui ont été produites par *retrait* : telles sont celles des prismes bien connus dans les roches volcaniques. D'autres sont des plans de *clivage*, qui se rapportent à la schistosité.

» Mais les plus importantes de ces cassures paraissent dues à un *glissement* moléculaire et se rattachent à des *pressions*, dont la cause première doit être cherchée en dehors de la roche elle-même. Ces dernières cassures sont du genre de celles qui ont laissé leurs énergiques empreintes dans les ploiments de roches stratifiées, et dont les failles sont les représentants les plus connus.

» Ces cassures des roches ont, en général, reçu le nom de *joints*, terme également adopté par les géologues anglais <sup>(1)</sup>. Ce nom, emprunté à l'Architecture, où il désigne les plans suivant lesquels on a assemblé les assises d'une construction, paraît inexact, lorsqu'il s'agit, au contraire, de faces de rupture, auxquelles le nom de *disjoints* serait mieux adapté. On peut lui substituer un nom à la fois plus juste, plus compréhensible dans différentes langues et qui, en outre, les distingue des joints dus à un simple retrait : tel est celui de *diacalse* <sup>(2)</sup>.

» Les nombreux faits qui unissent par une relation intime et originelle les joints aux failles, et dont la connexion ressort clairement de l'expérience, conduisent à rappeler cette commune origine par une similitude de nom. Celui de *paraclase* <sup>(3)</sup> exprime que la cassure est accompagnée d'un déplacement. Sans prétendre le substituer à celui de *faille*, qui est si répandu <sup>(4)</sup>, nous croyons devoir le présenter, pour la double raison

<sup>(1)</sup> En allemand, *Kluft, Riss, Spalt, Absonderungsfläche*.

<sup>(2)</sup> De *διά*, à travers, qui marque la division, et de *κλάω*, briser, diviser; fissure par brisement.

<sup>(3)</sup> De *παρά*, préposition qui exprime ordinairement obliquité, latéralité, et de *κλάω*, briser; le mot s'applique bien à une fissure accompagnée de l'abaissement de l'une des parois par rapport à l'autre, comme il arrive dans les failles.

<sup>(4)</sup> En anglais, *fault*; en allemand, *Verwerfung, Verwerfungsspalt, Sprung*, etc.



d'une symétrie avec le nom de *diacalse* et, comme le premier, d'une étymologie rationnelle.

» Enfin, les diaclasses et les paraclases constituent deux grands groupes dans les cassures qui nous occupent, et auxquelles convient le nom général de *lithoclasses*. »

HYDRAULIQUE. — *Nouveau procédé pour le jaugeage des rivières.*

Note de M. P. BOILEAU.

« Pour évaluer le volume qui passe dans l'unité de temps par une section transversale d'une rivière, on est obligé d'observer, au moyen d'instruments hydrométriques, les vitesses en un grand nombre de points de cette section, opération longue, dont les difficultés pratiques sont souvent considérables. Ces difficultés et la grande importance des jaugeages ont, depuis longtemps, fait rechercher un procédé plus simple; à l'exemple de Prony, on a proposé, tant en France qu'à l'étranger, diverses formules pour le calcul de la vitesse moyenne, mais elles ne représentent que des résultats partiels d'expériences faites dans des conditions qui s'éloignent trop de celles des rivières; en conséquence, il m'a paru utile d'obtenir d'autres bases d'évaluation. Je désignerai par  $U$  la vitesse moyenne dans la section considérée,  $V$  la vitesse maxima, ou du *filet principal*,  $W$  et  $w$  la plus grande et la plus petite de celles qui ont lieu à la surface. La distance verticale du filet principal à cette surface étant plus faible que le quart de la profondeur d'eau, la valeur de  $W$  est peu inférieure à celle de  $V$ ; mais il n'en est pas de même pour  $U$ , par suite du décroissement des vitesses dans toute l'étendue de la section, à partir du filet principal, de sorte que cette quantité est toujours intermédiaire entre  $W$  et  $w$ ; comme, d'ailleurs, les vitesses des filets liquides décroissent d'une manière continue, nous voyons que, *à la surface des cours d'eau, il existe deux filets dont la vitesse de translation est égale à la vitesse moyenne du courant*. Cette propriété étant générale et sûre, on peut la prendre pour base d'un procédé de jaugeage qui réduirait les opérations hydrométriques à l'emploi d'un flotteur.

» La loi des vitesses superficielles est une conséquence de celle des vitesses intérieures, conséquence modifiée par la résistance de l'air et par la proportion plus grande de ce fluide dans l'eau; aussi, en l'état des connaissances acquises au sujet des rivières, la détermination d'une formule exprimant la position relative des filets précités, que je nommerai *filets jau-*



geurs, ne peut être entièrement théorique; elle exige des résultats d'observation qui comprennent, pour une même section, les vitesses à la surface et des jaugeages faisant connaître la vitesse moyenne; on en rencontre peu qui satisfassent à cette double condition et soient en outre exempts d'anomalies. Cependant, pour les sections ou leurs parties, dans lesquelles la variation proportionnelle de la profondeur n'est pas rapide, je crois pouvoir proposer la formule suivante, dans laquelle  $\Delta$  et  $l$  désignent respectivement les distances horizontales au filet dont la vitesse est  $W$ , d'un filet jaugeur et de la rive située du même côté,

$$(1) \quad \frac{\Delta}{l} = C \sqrt[4]{\frac{W + 2w}{7(W - w)}},$$

$C$  étant un coefficient numérique qui va être déterminé. La Commission instituée en 1850 par ordre du Congrès des États-Unis, pour l'étude du fleuve Mississippi et de ses affluents, a donné, dans le Tableau n° 2 de l'appendice D de son savant Rapport <sup>(1)</sup>, quelques séries de vitesses superficielles, avec des valeurs de la vitesse moyenne; la seconde fournit 17 points <sup>(2)</sup> d'une courbe qui est régulière sur la moitié de son étendue, ce qui m'a permis d'évaluer approximativement la vitesse  $w$  par un prolongement de cette partie, ainsi que d'y mesurer la distance  $l$ , et l'abscisse  $\Delta$  du point où la vitesse était 1<sup>m</sup>,497, valeur de la vitesse moyenne donnée d'après un jaugeage. Une opération analogue a été faite pour deux autres cas. On trouve, sur la *fig. 7* de la *Pl. V* de l'ouvrage publié en 1865 par M. Bazin <sup>(3)</sup>, des vitesses observées par l'ingénieur Baumgarten en différents points d'une section du canal de Marseille près de Realtore, observations dont cet ingénieur a déduit la valeur 0<sup>m</sup>,773 de la vitesse moyenne; or,

(<sup>1</sup>) *Report upon the physics and hydraulics of the Mississippi river, etc., prepared by captain Humphreys and lieutenant Abbot.* Philadelphie, 1861.

(<sup>2</sup>) Voici les vitesses données en pieds de 0<sup>m</sup>,305; elles ont été observées à des intervalles de 200 pieds, jusqu'aux deux extrêmes, qui ont été prises à 100 pieds des rives :

1,87, 3,39, 4,65, 5,26, 5,71, 5,88, 6,06, 5,88, 5,71, 5,88, 5,56,  
5,56, 5,56, 4,88, 4,08, 3,08, 2,50.

Le tracé de la courbe donne  $W = 6,10$ , et fait ressortir des anomalies dans la dernière partie. Une autre série fournit également 17 points, mais je n'ai pu m'en servir, parce que la valeur inscrite pour la vitesse moyenne est certainement trop grande; en effet, cette valeur donne  $\frac{U}{W} = 0,91$ , ce qui est en contradiction avec tous les résultats connus concernant les rivières, et particulièrement avec ceux des autres séries du même Tableau.

(<sup>3</sup>) *Recherches hydrauliques entreprises par M. Darcy et continuées par M. H. Bazin.*



parmi les vitesses à la surface, celles qui sont données pour la moitié de droite de la largeur <sup>(1)</sup> fournissent un tracé très-régulier de la courbe qui en représente la loi, et, en outre, elles comprennent la vitesse  $w$ . 2° M. Baumgarten a fait, dans une section du canal du Rhône au Rhin, de nombreuses observations qu'il m'a communiquées en 1851, observations qui comprenaient les vitesses superficielles <sup>(2)</sup> et dont résulte la valeur 0<sup>m</sup>,35 de la vitesse moyenne. Le Tableau suivant présente les conséquences des opérations de tracé et de calcul que j'ai effectuées pour les trois cas ; dans les deux canaux de navigation, la plus grande vitesse superficielle  $W$ , ou le thalweg, était au milieu de la largeur, mais, dans la section du fleuve, je l'ai trouvé à 30<sup>m</sup>,50 à gauche du milieu.

	Largeur totale.	Profondeur maxima.	W.	$w$ .	$l$ .	$\Delta$ .	$\frac{\Delta}{l}$ expérimental.	$\sqrt{\frac{W+2w}{7(W-w)}}$	Coefficient. C.
Canal de Marseille..	6,0 <sup>m</sup>	1,37 <sup>m</sup>	1,080 <sup>m</sup>	0,534 <sup>m</sup>	3 <sup>m</sup>	2,41 <sup>m</sup>	0,803	0,874	0,919
Fleuve Mississipi...	1037,0	de 25 à 30	1,860	0,280	488	308,0	0,631	0,684	0,922
Canal du Rhône au Rhin.....	14,5	2	0,488	0,150	7,25	5,10	0,703	0,760	0,925

» Les vitesses  $W$ , les largeurs et les profondeurs présentent, dans l'ensemble de ces trois cas, les différences les plus considérables que l'on puisse rencontrer, surtout dans nos cours d'eau ; en conséquence, j'ai adopté la moyenne 0,922 des trois valeurs, très-peu différentes entre elles, du coefficient  $C$ . Ce facteur numérique étant déterminé, j'ai fait l'application suivante de la formule (1).

» On trouve, dans les *Annales des Ponts et Chaussées*, novembre et décembre 1847, des observations de vitesse et des jaugeages faits dans plusieurs sections de la Garonne, près de Marmande, par M. Baumgarten, en employant à l'intérieur un bon moulinet hydrométrique, et, à la surface, des flotteurs ; les vitesses sont inscrites sur les figures de la *Pl. CXXVIII*, pour les sections nos 3, 8, 10, 16 et 24. Or la dernière était sous un pont, les deux précédentes avaient une partie triangulaire, et, sur l'autre partie,

(<sup>1</sup>) Distances au thalweg.. 0,00, 0,50, 1,00, 1,50, 2,25, 3,00.  
Vitesse..... 1,080, 1,069, 1,021, 0,967, 0,829, 0,534.

(<sup>2</sup>) Dist. au thalweg. 0,00 0,50 1,35 2,40 4,20 5,10 5,75 6,35 6,85  
Vitesse..... 0,488 0,487 0,480 0,465 0,400 0,350 0,300 0,250 0,200

Ces données ont été prises sur des tracés de courbes d'égale vitesse faits à l'époque où M. Baumgarten m'a communiqué ses observations hydrométriques.



elles présentaient l'aspect irrégulier d'un fond exhaussé par des dépôts; en outre, pour l'une d'elles, le niveau de l'eau avait notablement varié pendant les observations; quant à la section 8, elle était divisée en deux parties très-inégales par un îlot. Il restait la section 3 que j'ai employée et où l'œuvre des dépôts était terminée; cette section était entièrement triangulaire et moins large que les autres de 90 à 120 mètres; la plus grande profondeur était de 4<sup>m</sup>, 20; elle avait lieu à 14 mètres seulement de la rive gauche, et la plus grande vitesse  $W$  à 11 mètres plus loin; sur les  $\frac{4}{5}$  de la largeur, qui était de 76 mètres, la hauteur d'eau ne variait que de 0<sup>m</sup>, 068 par mètre. Pour cette partie, jusqu'à la rive droite, les vitesses superficielles données fournissent sans incertitude une courbe régulière, et celle  $w$ , qui avait lieu le long du bord, s'y trouve comprise; elle est de 0<sup>m</sup>, 060; le Tableau de la page 360 du Recueil précité donne  $W = 1^m, 179$  et, pour la vitesse moyenne, 0<sup>m</sup>, 803; sur la courbe expérimentale, j'ai mesuré  $l = 51^m$  et  $\Delta = 30^m$ , d'où  $\frac{\Delta}{l} = 0,588$ . La valeur calculée au moyen de la formule (1) et du coefficient 0,922 est égale à celle-ci. »

HYDROLOGIE. — *Sur les dernières crues de la Seine.* Note de MM. L. LALANNE et G. LEMOINE.

« *Caractères distinctifs des deux grandes crues de l'hiver de 1879.* — Il arrive très-souvent que, dans la saison froide (du 1<sup>er</sup> novembre au 30 avril), il y ait dans la Seine, à Paris, plusieurs crues se succédant à des intervalles assez rapprochés; c'est la conséquence d'une humidité générale et prolongée.

» Mais il est beaucoup plus rare que l'on ait à signaler deux crues successives d'une élévation aussi grande que celles qui viennent de se produire cet hiver. Ainsi la hauteur maximum, qui, à l'échelle du pont Royal, était de 6<sup>m</sup>, 21 du 8 au 9 janvier 1879, après une décroissance prononcée pendant plusieurs semaines, s'élevait de nouveau à 6<sup>m</sup>, 05 le 24 février, inférieure de 0<sup>m</sup>, 16 seulement à la première. C'est ce court intervalle de temps entre les deux crues et l'égalité presque complète dans l'élévation du niveau qu'elles ont atteint qui est le caractère distinctif du régime de la Seine pendant le courant de l'hiver qui vient de finir.

» Les crues successives qui, dans les années précédentes, depuis 1854, ont présenté quelque chose d'analogue, quant au peu de différence entre les niveaux atteints, sont celles du commencement des années 1867, 1873



et 1877; mais elles ont été très-inférieures en hauteur absolue. On en jugera par le tableau suivant :

	Cotes aux ponts	
	d'Austerlitz.	Royal.
24 février 1879.....	5,50 <sup>m</sup>	6,05 <sup>m</sup>
8 et 9 janvier 1879.....	5,64	6,21
23 janvier 1873.....	3,80	4,75
7 et 15 mars 1873.....	3,70	4,60
15 janvier 1867.....	»	5,60
4 et 8 février 1867.....	»	5,70
31 mars 1867.....	»	4,93

» Quant à la grandeur absolue, les crues de 1879 ont été dépassées par beaucoup d'autres, notamment par celle de 1876, qui occupe le troisième rang depuis le commencement du siècle, n'ayant au-dessus d'elle que les crues de 1807 et de 1802. Nous rappelons ici les chiffres relatifs aux différentes crues constatées depuis l'origine du Service hydrométrique (1854).

*Crues supérieures à celles de janvier 1879 depuis 1854 (origine du Service hydrométrique).*

	Cotes aux ponts		
	de la Tournelle.	d'Austerlitz.	Royal.
24 février 1879.....	5,05 <sup>m</sup>	5,50 <sup>m</sup>	6,05 <sup>m</sup>
8 et 9 janvier 1879.....	5,20	5,64	6,21
17 mars 1876.....	6,50	6,68	7,30
17 décembre 1872.....	»	6,10	6,85
29 septembre 1866.....	5,21	»	6,20
5 janvier 1861.....	5,60	»	6,42
3 mars 1807.....	6,70	»	»
3 janvier 1802.....	7,45	»	»

» En 1879, les cotes du pont d'Austerlitz sont, par une cause artificielle qu'on pourra faire disparaître, trop fortes de 0<sup>m</sup>,25 environ.

» La crue de 1876 a fait l'objet d'un Mémoire spécial de MM. Belgrand et G. Lemoine (*Annales des Ponts et Chaussées*, 1877; *Atlas de l'Observatoire pour 1877*). M. Belgrand en avait entretenu l'Académie les 13 mars, 17 mars et 8 mai 1876.

» La crue de septembre 1866 était, à Paris, précisément égale à celle de janvier 1879, mais c'était une crue unique, c'est-à-dire résultant d'une seule crue des affluents torrentiels; elle a fait aussi l'objet d'un Mémoire



de MM. Belgrand et G. Lemoine (*Annales des Ponts et Chaussées*, 1868).

» Depuis 1732 jusqu'à 1879 exclusivement, il y a eu, en tout, 41 crues ayant dépassé 5<sup>m</sup>,21 à l'échelle de la Tournelle. (Tableau dans le Mémoire relatif à la crue de 1866, p. 2.)

» Malgré ces différences dans les hauteurs atteintes, le régime de la Seine pendant le cours de cet hiver n'en doit pas moins fixer l'attention, par la durée persistante des grandes eaux et par la recrudescence de la crue. Depuis le 27 décembre 1878 jusqu'aux 8 et 9 janvier 1879, la Seine, à Paris (pont d'Austerlitz), est montée progressivement de la cote 1<sup>m</sup>,30 jusqu'à la cote maximum 5<sup>m</sup>,64. C'est après s'être maintenue à des niveaux élevés avec diverses variations qu'elle est remontée progressivement à partir du 13 février, de manière à atteindre le 24 février, à 0<sup>m</sup>,15 près, le même maximum qu'en janvier.

» *Causes générales et particulières des dernières crues.* — Les deux crues de la Seine ont été le résultat de trois crues successives des petites rivières torrentielles, alimentées par des affluents de dernier ordre qui prennent naissance dans les terrains imperméables. Pour l'une comme pour l'autre on a vérifié, une fois de plus, la justesse des vues de M. Belgrand, le créateur du Service hydrométrique du bassin de la Seine. C'est à plusieurs phénomènes météorologiques successifs que sont dues les grandes crues du fleuve, ainsi que l'a démontré cet éminent ingénieur. Les eaux pluviales ruisselant à la surface des terrains imperméables produisent toujours le maximum à Paris ; les eaux absorbées par les terrains perméables arrivent en retard et soutiennent la crue plusieurs jours. Si les affluents ont alors une nouvelle croissance, il en résulte à Paris une nouvelle montée, et ainsi de suite.

» L'analyse du phénomène n'est pas sans intérêt; procédons-y pour les deux crues.

» I. Sur l'Yonne, à Clamecy, une première montée de 1<sup>m</sup>,10 (26-28 décembre) est due à un dégel accompagné de pluies qui ramassent la neige sur le sol. Toutes les autres rivières torrentielles ont des crues simultanées. De là, à Paris, une première montée de 2<sup>m</sup>,35 et un premier maximum les 30-31 décembre. Les pluies continuent presque sans s'arrêter; les affluents les plus torrentiels remontent à plusieurs reprises; sur l'Yonne, à Clamecy, après le maximum du 28 décembre on en constate d'autres les 1<sup>er</sup>, 3 et 5 janvier. De là une nouvelle hausse progressive à Paris, où le maximum se produit les 8-9 janvier, trois jours après celui de Clamecy.



» Voici pour quelques stations les hauteurs de pluie correspondantes :

	Neiges		Pluie			Total.
	des 13-26 décembre.	des 26-28 décembre.	du 29 déc. au 1 <sup>er</sup> janv.	des 2-3 janvier.	des 4-5 janvier.	
Les Settons (sources de la Cure).....	29 <sup>mm</sup>	61 <sup>mm</sup>	63 <sup>mm</sup>	36 <sup>mm</sup>	68 <sup>mm</sup>	257 <sup>mm</sup>
Vassy (Haute-Marne).....	35	13	18	13	11	90
Paris, 87, rue de Vaugirard, (réservoirs de la Ville)...	0	6	21	8	6	41

» Les pluies ont été assez continues pour maintenir longtemps à des niveaux élevés les petites rivières même les plus torrentielles. Ordinairement une seconde crue n'y survient qu'après une baisse assez considérable. Cette fois, sur le Grand-Morin, il y a eu trois crues bien tranchées; elles le sont beaucoup moins sur l'Yonne, à Clamecy; elles se confondent presque sur la Marne, à Saint-Dizier.

» La Seine, à Paris, s'est élevée rapidement dès le commencement. Cela tient aux crues des rivières de la région imperméable, toute voisine de Paris, formée par les argiles tertiaires de la Brie. Elles élèvent brusquement la Seine les 27 et 31 décembre au soir, mais cet effet est très-limité : le maximum est toujours dû aux eaux torrentielles des régions supérieures.

» II. La crue des 24-25 février donne lieu à des remarques analogues. C'est une crue multiple, résultant de trois crues successives des petites rivières torrentielles issues des affluents imperméables. Mais la dernière est celle qui a été de beaucoup la plus importante, et son influence se distingue très-bien à Paris par la montée rapide qu'elle y a produite du 21 au 24 février.

» Sur l'Yonne, à Clamecy, deux premières montées qui se confondent presque ont lieu l'une du 13 au 15 février, l'autre du 16 au 18, produisant des variations de niveau de 0<sup>m</sup>,25 et 0<sup>m</sup>,35. De petites crues ont lieu simultanément sur plusieurs des autres rivières torrentielles, d'où résulte à Paris une première montée progressive de 0<sup>m</sup>,50 et un premier maximum les 19-20 février.

» C'est alors que, dans la partie supérieure du bassin, la pluie, mêlée de neige, reprend avec intensité et persistance. L'Yonne, à Clamecy, éprouve, du 20 au 21 février, une montée brusque de 0<sup>m</sup>,90, et, après avoir baissé du 21 au 22 de 0<sup>m</sup>,50, elle remonte encore de 0<sup>m</sup>,20. Par suite, à Paris, nouvelle hausse, et le maximum survient le 24 février au matin, trois jours après celui de Clamecy.



» Les hauteurs de pluie correspondantes sont :

	Pluie			Total.
	du 14 au 15 fév.	du 16 au 18 fév.	du 19 au 21 fév.	
Aux Settons (sources de la Cure)....	12 <sup>mm</sup>	38 <sup>mm</sup>	43 <sup>mm</sup>	92 <sup>mm</sup>
A Vassy (Haute-Marne).....	7	20	29	56
A Paris, 87, rue de Vaugirard (réservoirs d'eau de la Ville).....	2	12	14	28

» La crue du 21 février a été très-générale : on la retrouve très-intense sur toutes les petites rivières torrentielles du bassin, à l'exception de l'Oise à Hirson, qui, du 20 au 22, n'a varié que de 0<sup>m</sup>,30; aussi, sur l'Oise, à Compiègne, la crue a-t-elle été sans importance.

» De même que lors de la crue des 8-9 janvier, la Seine, à Paris, s'est élevée très-rapidement à partir du 21 février; en vingt-quatre heures, du 22 au 23, la montée au pont de la Tournelle a été de 0<sup>m</sup>,60. Cette hausse rapide a été due aux rivières voisines de Paris : d'une part le Grand-Morin, représentant des argiles tertiaires imperméables de la Brie; d'autre part le Loing, qui, montant à Nemours, du 21 au 22, de 0<sup>m</sup>,70, produit le maximum à Melun avant qu'il ait lieu à Montereau, ce qui est extrêmement rare.

» Ces particularités avancent l'instant du maximum à Paris; il s'y produit cette fois en même temps qu'à Montereau.

» *Annonces faites par le Service hydrométrique.* — M. Belgrand était arrivé dès 1854, par des calculs très-simples, à prévoir numériquement, trois jours à l'avance, les crues à Paris (*Comptes rendus*, t. LXXV, p. 1587). Sous sa direction, M. Lemoine a organisé, depuis 1872, des annonces analogues pour la Seine, même à Montereau, et pour les grands affluents, tels que la Marne, l'Aisne et l'Oise.

» Les avertissements, qui ont lieu pour les plus petites crues, sont envoyés par le télégraphe, par des porteurs ou par la poste, à soixante-quatorze personnes à Paris et à soixante-sept en dehors de Paris. Lorsqu'ils correspondent à des cotes d'inondation, les ingénieurs des services locaux préviennent les populations intéressées et font prendre les mesures de précaution nécessaires.

» Les deux crues de cet hiver correspondaient partout à des submersions, sauf sur l'Oise, où la dernière n'en a pas produit. Leurs montées successives ont été annoncées à mesure que se produisaient celles des affluents supérieurs.



» Voici les résultats obtenus pour le maximum :

1<sup>o</sup> *Crue de janvier 1879.*

Indication des points où les observations ont lieu.	Date de la dernière annonce du maximum.	Cote		Date à laquelle le maximum s'est produit.	
		annoncée.	observée.		
Seine.	Au pont de la Tournelle..	5 janvier	<sup>m</sup> 5,40	<sup>m</sup> 5,20	du 8 au 9.
	Au pont d'Austerlitz....	7 "	5,80	5,64	soirée du 8.
	A Mantes.....	9 "	7,00	6,93	du 9 au 10.
	A Montereau (en aval de l'Yonne).....	7 "	3,75	3,60	du 7 au 8.
Marne.	Au pertuis de Damery (un peu en aval d'Épernay).	2 "	4,40	4,08	4 janv. au soir.
	A Chalifert (près Meaux).	5 "	4,00	3,92	8 janvier.
Aisne.	A Pontavert (entre Rétel et Soissons).....	5 "	3,80	3,46	5 janv. au soir.
Oise.	A Compiègne.....	5 "	5,40	5,19	6-7 janvier.

2<sup>o</sup> *Crue de février 1879.*

Seine.	Au pont de la Tournelle..	23 février	5,30 <sup>m</sup>	5,05 <sup>m</sup>	24 février.
	Au pont d'Austerlitz....	23 "	5,70	5,62	24 au matin.
	A Mantes.....	25 "	6,70	6,60	26 février.
	A Montereau (en aval de l'Yonne).....	24 "	3,60	3,48	26 "
Marne.	Au pertuis de Damery (un peu en aval d'Épernay).	22 "	4,10	3,92	du 24 au 25.
	A Chalifert (près Meaux).	22 "	3,80	3,35	23 février.
		24 "	3,50	3,38	28 février.
Aisne.	A Pontavert (entre Réthel et Soissons).....	22 "	3,20	3,05	24 février.
Oise.	A Compiègne.....	25 "	4,30	4,23	27 février.

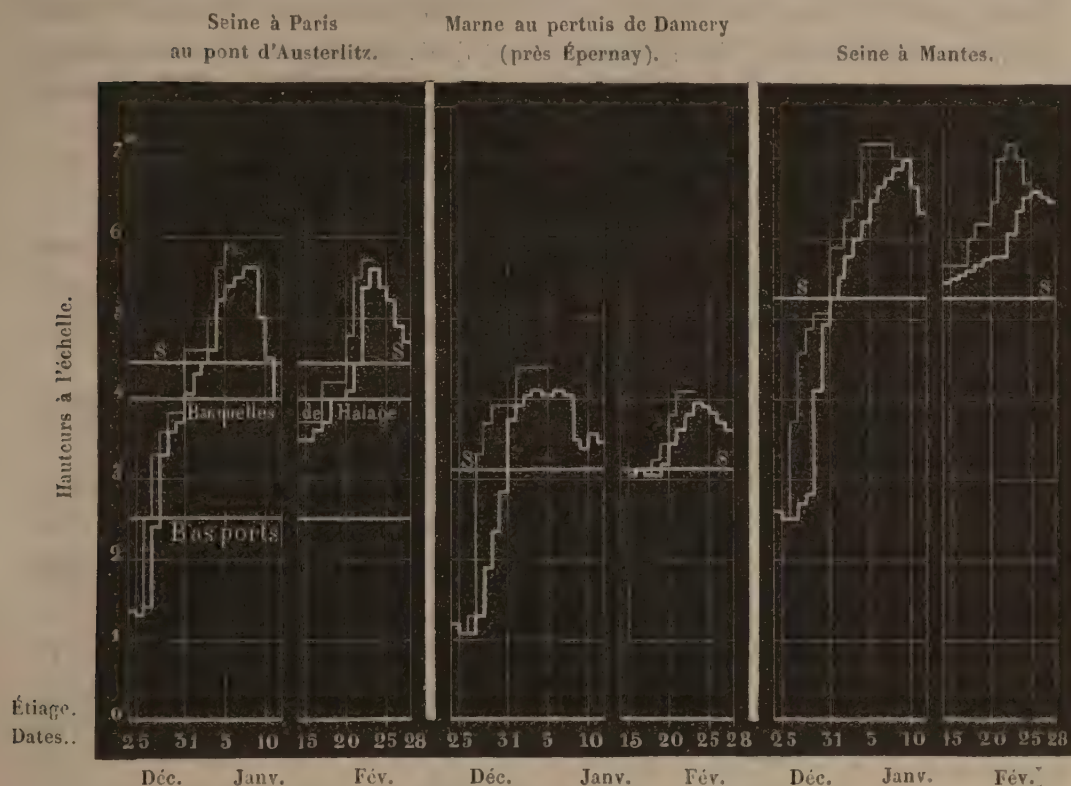
» Il suffit de jeter un coup d'œil sur les chiffres d'une même ligne horizontale de ce Tableau pour reconnaître que, si jamais le maximum prévu n'a été complètement atteint, la hauteur observée s'en est, du moins, singulièrement rapprochée. On sait que l'on s'attache, dans les avis donnés aux populations intéressées, à exagérer un peu plutôt qu'à atténuer l'effet du phénomène. L'annonce a toujours été faite en temps opportun, surtout si l'on a égard à cette circonstance que, avant de préciser l'instant probable du maximum, on a préalablement averti les populations riveraines des risques qui les menacent.

» Les diagrammes que nous donnons ici mettent ces résultats en évi-



dence d'une manière plus saisissante encore que les chiffres. Les distances horizontales expriment des intervalles de temps, les hauteurs verticales correspondent à des niveaux réellement observés (traits forts) et à des niveaux

LA SEINE ET LA MARNE  
du 25 décembre 1878 au 12 janvier 1879, et du 15 au 28 février 1879.



Le tracé en traits forts représente les hauteurs observées chaque jour.

Le tracé en traits fins, les hauteurs annoncées, rapportées au jour où l'annonce en a été faite : on voit que la rivière commence à monter le jour même, mais elle n'atteint le maximum en général que plusieurs jours après.

Les lignes horizontales SS indiquent les cotes où commencent les submersions; à Paris, c'est le niveau à partir duquel le quai de Bercy est recouvert par les eaux.

prévus (traits fins). Les intervalles qui séparent les traits forts des traits fins dans le sens horizontal indiquent de combien l'annonce a précédé la production du phénomène, et, dans le sens vertical, ils indiquent de combien il s'en faut que le niveau prévu ait été atteint. »

Après avoir présenté cette Note, rédigée en collaboration avec M. Lemoine, M. Lalanne ajoute :

« Une année presque entière s'est écoulée depuis qu'une fin prématurée



a enlevé à l'Académie l'ingénieur éminent qui avait su grouper un ensemble de faits et d'observations du plus haut intérêt, formant un corps de doctrines et comme une science nouvelle à laquelle il a donné le nom d'*Hydrologie*. Si le service hydrométrique du bassin de la Seine, créé par M. Belgrand, a pu être continué sans interruption, si l'annonce des crues a pu être faite après lui comme de son vivant, c'est grâce aux méthodes qu'il avait imaginées, grâce au soin qu'il avait pris de les faire connaître et d'initier à leur esprit un collaborateur, M. Lemoine, dont il n'a jamais parlé qu'avec éloge, et auquel nous devons que les traditions du maître aient été pieusement conservées. »

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur quelques observations de verglas analogues à celui du mois de janvier dernier, et sur le mode de formation de la grêle.* Lettre de M. D. COLLADON à M. le Secrétaire perpétuel.

« Genève, 22 mars 1879.

» Les Communications faites à l'Académie sur les causes du prodigieux verglas qui a ravagé quelques départements au sud et à l'ouest de Paris, dans les journées des 22 et 23 janvier, ont été suivies de Lettres rappelant des faits analogues. D'autre part, on a indiqué, à cette occasion, la connexité probable de cette congélation remarquable avec la formation plus ou moins rapide de volumineux grêlons.

» Les observations de verglas déposés en temps de pluie, sur des corps plus chauds que zéro, sont déjà assez anciennes : j'en citerai deux exemples, recueillis en février 1830 et en janvier 1838, pendant deux hivers rigoureux.

» M. Boissigraud a publié <sup>(1)</sup> la description d'un verglas qu'il avait observé, le 7 février 1830, à la suite de grosses gouttes de pluie tombant sur des corps au-dessus de zéro et déposant d'épaisses couches de glace jusque sur les vêtements et les parapluies, fait qui ne peut s'expliquer qu'en admettant que les gouttes de pluie étaient liquides à une température notablement inférieure à zéro. Dans ce Mémoire, il insiste (p. 98) sur la connexité probable de ce fait avec la formation de la grêle.

» Dans une excursion que je fis, en 1838, dans le département des Bouches-du-Rhône, en compagnie de M. F. Vallès, ingénieur en chef des Ponts et Chaussées, nous fûmes témoins d'un verglas analogue. Le matin du 14 janvier, nous partîmes à pied de la petite ville des Mar-

---

(1) *Annales de Chimie et de Physique*, t. LXII, p. 97; 1836.



tigues, pour nous rendre à Citis, en passant par Saint-Mitre, distant de 6 kilomètres des Martigues. A notre départ, le temps était calme et pluvieux, la température de l'air et du sol était au-dessus de zéro. Au tiers de la route, la pluie commença à déposer du verglas sur nos vêtements et sur toutes les plantes, qui furent en peu de temps enveloppées d'un fourreau de glace transparente d'environ 3 à 4 millimètres d'épaisseur. Avant d'arriver à Saint-Mitre, les gouttes de pluie, à l'état de surfusion, s'étaient changées en perles sphériques, de 3 à 4 millimètres de diamètre, formées d'une glace compacte et transparente.

» Nous n'avons pas hésité, M. Vallès et moi, à attribuer ces faits au brusque refroidissement des gouttes de pluie à l'état de surfusion. Une heure après notre départ de Saint-Mitre, il s'éleva un vent violent du nord et la température s'abaisse au-dessous de zéro. A Genève, à la même époque, la température était exceptionnellement froide; les Tableaux météorologiques des *Archives de la Bibliothèque universelle de Genève* montrent que, du 10 au 15 janvier, le thermomètre s'est maintenu sans interruption entre 7 et 20 degrés au-dessous de glace. Ils montrent aussi que, du 1<sup>er</sup> au 15 janvier, il n'y eut qu'un seul jour où il tomba de la neige, soit à Genève, soit au Saint-Bernard.

» J'ai dit que, dès l'année 1836, M. Boisgiraud, de Toulouse, avait indiqué comme très-probable une influence prépondérante de grosses gouttes d'eau, à l'état de surfusion dans l'atmosphère, sur le grossissement des grêlons. M. Aug. de la Rive, en reproduisant dans le troisième Volume de son *Traité de l'Électricité*, en 1858, les remarques et les observations de M. Boisgiraud, adopte le principe de la surfusion, dont l'effet peut s'ajouter à d'autres causes dans la formation de la grêle.

» J'ai moi-même fait allusion à ce principe dans mes deux Notices sur des orages de grêle des 7 et 8 juillet 1875 <sup>(1)</sup>.

» En 1861, M. Louis Dufour, professeur de Physique à Lausanne, a publié <sup>(2)</sup> un beau travail sur la surfusion de l'eau et la formation de la grêle. En introduisant de l'eau dans un mélange d'huile d'amandes pure, d'huile de pétrole et d'un peu de chloroforme, mélange qu'on peut maintenir à la densité de l'eau, il a obtenu des sphères d'eau qui flottaient dans le mélange, comme M. Plateau avait obtenu des sphères d'huile dans un liquide

(1) *Comptes rendus*, séances des 6 et 13 septembre 1875.

(2) *Bulletin de la Société vaudoise des Sciences naturelles*, et *Archives des Sciences physiques de Genève*, numéro d'avril, p. 346 à 371.



composé d'eau et d'alcool. En plaçant le vase qui contenait ces sphères dans un mélange réfrigérant, il a pu refroidir ces boules d'eau liquide jusqu'à 10 et 20 degrés au-dessous de zéro. Dans ces conditions, de petites quantités de poussières mises en contact avec ces globules ne les font pas toujours geler, lors même qu'on les fait tomber à travers les globules. M. Dufour insiste, en terminant, sur la probabilité du rôle essentiel des gouttes de pluie à l'état de surfusion, pour la formation rapide des grêlons.

» Tout en insistant sur cette influence très-probable de l'eau liquide glacée, on ne saurait, selon moi, repousser complètement l'influence de l'énorme tension électrique des nuages sur la grosseur des grêlons, et spécialement sur ceux dans lesquels on distingue de très-nombreuses couches alternativement opaques et transparentes.

» Mes observations m'ont conduit à admettre que, dans les grands orages de grêle, les grands cumulus qui les engendrent se trouvent divisés en plusieurs groupes distincts, et isolés électriquement les uns des autres par des tranches d'un air sec et froid, en sorte qu'on pourrait les comparer, à quelques égards, à des colonnes de fumée ou de vapeur qui s'élèveraient simultanément de quelques cheminées ou chaudières à vapeur peu distantes les unes des autres.

» Certaines cascades, par exemple la Salanche dans le Valais, dont on peut aborder la base inférieure, produisent de haut en bas un vent d'une grande violence, quoique le volume d'eau écoulé par seconde ne soit que de 2 ou 3 mètres cubes, et la section horizontale de l'eau en poussière qui forme la cascade, de quelques mètres carrés. Ce vent vertical de haut en bas produit, à la partie supérieure de la cascade, un appel de l'air supérieur qui est visible en temps de brouillard.

» En tenant compte de la vitesse de translation des colonnes de grêle et de la durée du météore sur une surface donnée, on est forcé de reconnaître que ces colonnes orageuses représentent une section horizontale considérable, qui dépasse quelquefois 50 et même 100 kilomètres carrés. Sur toute cette section, il passe un flot continu de grêle serrée et de pluie dont l'ensemble représente un immense piston descendant, malgré les nombreux interstices qui séparent entre eux les grêlons. De là ces tourbillons de vent d'une extrême violence qui, près du sol, accompagnent ces orages, et qui rendent indispensable, pour le rétablissement de l'équilibre, un énorme appel d'air sec, froid et puissamment électrisé depuis les régions supérieures. Il est évident que cet air incessamment appelé par la chute de grêle tend à



diviser ces nuées en colonnes à peu près verticales, plus ou moins distinctes, séparées par des intervalles isolants qui peuvent avoir peu d'épaisseur. C'est à cela qu'on peut attribuer la nature toute spéciale des traits de foudre pendant ces grands orages, ces éclairs saccadés qui semblent ne pas sortir d'un groupe assez restreint et qui souvent n'atteignent pas la terre, malgré leur multiplicité, ainsi que je l'ai déjà exposé d'une manière détaillée dans ma Note du 6 septembre 1875.

» Ch. Wheatstone, à la suite de quelques expériences faites avec son photomètre à perles de métal, a cru pouvoir annoncer que les coups de foudre ne durent qu'un temps plus petit qu'un millième de seconde.

» Cette loi n'est plus applicable, d'une manière générale, aux éclairs des grands orages. Chacun peut s'en convaincre facilement en remarquant combien il est facile, à la lumière de la plupart de ces éclairs, de distinguer le mouvement des branches agitées par le vent, ce qui serait impossible si la lueur des éclairs ne durait qu'une très-petite fraction de seconde. On peut même distinguer la direction dans laquelle se meuvent les traits lumineux, qui ont été quelquefois comparés, dans les grands orages, à des groupes de fusées dont le mouvement de progression est perceptible. Les faits ci-dessus constatent que ces nuages orageux sont composés de parties les unes positives et les autres négatives, séparées par de petits espaces isolants, et, comme la hauteur de ces groupes de cumulus est ordinairement de quelques kilomètres, on peut admettre que les grains de grêle, pendant leur chute, sont alternativement ballottés d'une partie de nuage à une autre par une série de zigzags, pendant lesquels leur volume tend à s'accroître par la rencontre alternative, soit de gouttes d'eau glacée à l'état de surfusion, soit des parties neigeuses formées de petits cristaux de glace. »

M. DU MONCEL, en faisant hommage à l'Académie d'un Ouvrage intitulé *l'Éclairage électrique*, s'exprime comme il suit :

« J'ai l'honneur de présenter à l'Académie un Volume que je viens de publier dans la Bibliothèque des Merveilles de M. Hachette, sous le titre de *l'Éclairage électrique*. Cette question a pris dans ces derniers temps une extension toute particulière, qui a provoqué non-seulement des perfectionnements considérables dans la construction des générateurs électriques appelés à produire la lumière électrique, mais encore des études et des recherches du plus haut intérêt sur les moyens d'obtenir la division et la fixation de cette lumière.



» Dans l'Ouvrage que je présente aujourd'hui, je résume tous les travaux qui ont été entrepris à ce sujet dans les différents pays et j'étudie : 1° les générateurs voltaïques et électromagnétiques appliqués en ce moment à l'éclairage électrique; 2° les principales lampes et autres organes excitateurs de la lumière qui ont été essayés jusqu'à présent; 3° les effets produits par les différentes machines, afin d'en faire ressortir la valeur relative. Enfin, je discute le prix de revient de l'éclairage électrique et j'indique les principales applications qui peuvent en être faites dès aujourd'hui avantageusement. »

### NOMINATIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination d'un Correspondant, pour la Section de Minéralogie, en remplacement de feu sir *Charles Lyell*.

Au premier tour de scrutin, le nombre des votants étant 47,

M. Lawrence Smith obtient. . . . . 42 suffrages.

M. Abich . . . . . 1 »

M. Favre . . . . . 1 »

M. J. Hall . . . . . 1 »

M. Perrey . . . . . 1 »

Il y a un bulletin blanc.

M. LAWRENCE SMITH, ayant obtenu la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

### MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

CHIMIE. — *Recherches chimiques sur une matière filamenteuse trouvée dans les fouilles de Pompéi.* Note de M. S. DE LUCA.

(Commissaires : MM. Chevreul, Dumas, Wurtz.)

« Cette substance, de couleur noire et presque complètement carbonisée, provient des fouilles de Pompéi; elle a l'éclat de la houille et semble formée par de nombreux filaments d'une épaisseur variable; ces filaments ont une faible cohésion, car, par la simple pression des doigts, ils se réduisent en poussière. Au contact d'un corps enflammé ils brûlent lentement et d'une manière continue, comme fait l'étoupe ou le fil du lin, en



laissant pour résidu des cendres blanchâtres assez abondantes, à réaction alcaline, qui absorbent l'humidité de l'atmosphère et qui font effervescence par les acides, avec dégagement d'acide carbonique.

» Ces cendres, traitées par l'eau chaude, y cèdent environ 21 pour 100 de matières solubles, tandis que 79 pour 100 restent à l'état insoluble. Voici la composition en centièmes de ces cendres, tant pour les matières solubles que pour les substances insolubles :

	Partie	
	soluble.	insoluble.
Carbonate de potasse.....	19,86	»
Sulfate de potasse.....	1,78	»
Chlorures de potassium et de lithium.....	traces	»
Acide carbonique.....	»	12,05
Silice.....	»	16,85
Alumine.....	»	7,00
Sexquioxyde de fer.....	»	3,19
Chaux.....	»	26,10
Magnésie.....	»	6,60
Potasse.....	»	4,21
Acide phosphorique et manganèse.....	»	traces
Matières non dosées et pertes.....	»	2,36
	<hr/> 21,64	<hr/> 78,36

» La substance primitive perd, à la température de 110 degrés, environ 14,5 pour 100. En tenant compte des cendres, qui en moyenne s'élèvent à 18,5 pour 100, on peut considérer la matière filamenteuse de Pompéi comme étant formée de :

Matières volatiles à 110 degrés.....	14,5
Matières destructibles par l'action de la chaleur et de l'air..	67,0
Matières fixes ou cendres.....	18,5
	<hr/> 100,0

» Lorsqu'on chauffe la même matière hors du contact de l'air, dans un tube fermé par un bout et recourbé, plein de mercure et communiquant, par l'autre extrémité ouverte, avec un bain de mercure, l'eau se condense d'abord, puis on voit se dégager des gaz, dans lesquels on constate la présence de l'acide carbonique, de l'oxyde de carbone et des traces d'hydrogène et d'azote. Les quelques gouttes de matières liquides condensées dans cette expérience ont une réaction alcaline.



» La composition en centièmes des éléments dits organiques, comme aussi de l'eau et des cendres, est donnée par les chiffres suivants :

Carbone . . . . .	60,2
Hydrogène . . . . .	2,5
Oxygène (par différence) . . . . .	3,3
Azote . . . . .	2,8
Eau . . . . .	14,5
Cendres . . . . .	16,7
	<hr/>
	100,0

» Les cendres sont en très-forte proportion dans la matière carbonisée de Pompéi ; mais il est probable que cet excès de matières minérales est dû à de l'eau qui, en s'infiltrant à travers le sol poreux, recouvrait la matière sus-mentionnée et, s'évaporant successivement pendant le long intervalle de dix-huit siècles, y a déposé les substances qu'elle tenait en dissolution. Si l'on fait abstraction de l'eau et des cendres dosées dans la matière de Pompéi, on aura les proportions suivantes :

Carbone . . . . .	60,2	87,50
Hydrogène . . . . .	2,5	3,64
Azote . . . . .	2,8	4,07
Oxygène (par différence) . . . . .	3,3	4,79
	<hr/>	<hr/>
	68,8	100,00

» Cette composition diffère essentiellement de celle des fibres du lin ou du chanvre de l'époque actuelle. Le produit de Pompéi résulte d'une altération spontanée éprouvée par la matière examinée, enfouie il y a dix-huit cents ans et soumise uniquement à l'influence de divers agents naturels, tels que les gaz du sol, les eaux d'infiltration et autres, agissant en dehors de l'action de la lumière et produisant de l'eau et de l'acide carbonique principalement, c'est-à-dire des produits de destruction complète. Les causes de cette altération spontanée auraient agi d'une manière analogue à celle de la chaleur, quoique ces causes soient d'une nature bien différente. C'est précisément ce qui se passe dans la production de la tourbe et des lignites.

» Au microscope la matière de Pompéi présente l'aspect de fils tordus ; dans chaque fil on compte jusqu'à vingt faisceaux fibreux, chacun desquels est formé par quatre ou cinq fibres végétales. Ces fibres sont longues, minces, cylindriques et adossées les unes aux autres à la manière des fibres corticales des plantes textiles ; à cause de l'opacité absolue de ces fibres carbonisées il



n'est pas possible d'y reconnaître l'existence d'une forme organique quelconque au moyen du plus fort grossissement microscopique.

» Ces fils de lin ou de chanvre, tels qu'on les a trouvés à Pompéi, en amas et en forte proportion, étaient probablement destinés à panser des plaies sous forme de charpie, d'autant plus que dans les mêmes localités on a trouvé des matières grasses et quelque instrument grossier de chirurgie. »

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur les frais d'établissement des paratonnerres.*

Note de M. MELSENS.

( Renvoi à la Commission des paratonnerres. )

« J'ai eu l'occasion de me rendre compte du devis d'un paratonnerre de mon système que l'on se propose d'établir sur de vastes casernes que l'on construit à Etterbeck-lez-Bruxelles, sur une superficie de 42 000 mètres carrés, dont 20 000 sont occupés par les bâtiments.

» Ce devis, fait avec le plus grand soin par MM. les officiers du génie, s'élève à 4200 francs pour tous les matériaux amenés à pied d'œuvre. En augmentant le nombre des conducteurs dans les rapports de 2 à 3 et en exagérant les frais de main-d'œuvre, on arrive à une somme de moins de 6000 francs.

» La superficie couverte de bâtiments s'élève à peu près à la moitié de la superficie couverte des abattoirs de la Villette, à Paris : or les frais d'établissement se sont élevés, pour ces bâtiments, à 71 665 francs. Je crois donc pouvoir maintenir intégralement les opinions que j'ai émises; en effet, le devis pour les casernes donne une dépense bien moins élevée que celle que j'admettais jusqu'ici.

» Sans entrer dans les détails, je désire cependant constater que l'ensemble des conducteurs aériens est rattaché à trois puits, disposés comme celui du paratonnerre de l'hôtel de ville de Bruxelles; il y aura, en outre, une vingtaine de contacts avec les conduites d'eau et autant avec les tubes à gaz; le nombre des aigrettes dépassera 130. »

M. A. TISSOT soumet au jugement de l'Académie une Note intitulée « Sur les projections des Cartes géographiques ».

( Renvoi à la Section de Géographie, à laquelle M. de la Gournerie est prié de s'adjoindre. )



## CORRESPONDANCE.

MM. A. REY et G. RETZIUS, M. TOUSSAINT adressent leurs remerciements pour les distinctions qui ont été accordées à leurs travaux dans la dernière séance publique.

M. E. ALIX prie l'Académie de le comprendre parmi les candidats à la place laissée vacante, dans la Section d'Anatomie et Zoologie, par le décès de M. Gervais.

(Renvoi à la Section d'Anatomie et Zoologie).

ASTRONOMIE. — *Observations de la planète (193), découverte à l'Observatoire de Marseille, par M. COGGIA, le 28 février 1879, communiquées par M. Stéphan.*

Dates. 1879.	Temps moyen de Marseille.	Ascension droite.	Distance polaire.	Log. fact. par.		Observateur.
				Ascension droite.	Distance polaire.	
Mars. 10	<sup>h</sup> 8. <sup>m</sup> 54. <sup>s</sup> 39	<sup>h</sup> 11. <sup>m</sup> 18. <sup>s</sup> 42,66	84° 43'. 37", 2	—1,510	—0,754	Coggia.
11	9. 2. 24	11. 17. 36,41	84. 42. 6,9	—1,487	—0,756	»
12	9. 26. 48	11. 16. 30,18	84. 40. 41,3	—1,427	—0,748	»
13	11. 3. 29	11. 15. 19,85	84. 39. 5,8	—2,948	—0,739	»
14	10. 12. 53	11. 14. 18,32	84. 37. 56,3	—1,236	—0,742	»
15	9. 52. 21	11. 13. 14,99	84. 36. 35,5	—1,297	—0,743	»
17	10. 5. 53	11. 11. 8,22	84. 34. 5,8	—1,199	—0,741	»

» Position moyenne pour 1879,0 de l'étoile de comparaison commune aux observations précédentes :

Étoile de comparaison.		Ascension droite.	Distance polaire.	Autorité.
3861	B. A. C. ....	<sup>h</sup> 11. <sup>m</sup> 14. <sup>s</sup> 45,36	84° 27'. 21", 0	Cat. B. A. C. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur deux équations aux dérivées partielles relatives à la multiplication de l'argument dans les fonctions elliptiques.* Note de M. HALPHEN, présentée par M. Hermite.

« Dans deux Communications faites récemment à l'Académie (p. 414 et 562 de ce Volume), je me suis principalement attaché aux propriétés d'une équation différentielle résultant de l'introduction de deux fonctions parti-



culières <sup>(1)</sup>. J'ai seulement indiqué l'usage de ces fonctions pour la multiplication de l'argument dans la fonction  $\sin am$ . A cet égard, je dois rappeler que MM. Kiepert et Simon ont donné antérieurement <sup>(2)</sup> des formules très-pratiques pour le même objet, en ce qui concerne la fonction elliptique  $p(u)$  introduite par M. Weierstrass, et définie au moyen de l'équation

$$u = \int_{\infty}^{p(u)} \frac{dx}{\sqrt{4x^3 - gx - h}}.$$

» Le procédé même de calcul qui résulte des formules récurrentes contenues dans ma première Note, tout en se rapportant à des fonctions différentes, reproduit celui qu'a développé M. Simon. J'aurai l'occasion de revenir sur les travaux de ces savants à propos d'applications géométriques. Pour aujourd'hui, je m'occuperai de deux équations aux dérivées partielles qui se rattachent au même sujet.

» D'une manière générale, si l'on donne  $n + 2$  fonctions  $\alpha_1, \alpha_2, \dots$  de deux variables  $z, q$ , on peut considérer toute fonction  $\mu$  de  $z, q$  comme une fonction bien définie des  $\alpha$  si on l'astreint à  $n$  homogénéités distinctes. Je prendrai ici quatre quantités  $\alpha$ , en posant, pour  $n = 1, 2, 3, 4$ ,  $\alpha_n = H(nz)$ , et  $\mu$  sera une fonction vérifiant l'équation

$$(1) \quad \frac{\partial^2 \mu}{\partial z^2} = - \left( \frac{m\pi}{2K} \right)^2 q \frac{\partial \mu}{\partial q},$$

à laquelle satisfait  $H(mz)$ . J'astreindrai  $\mu$ , comme fonction des  $\alpha$ , à deux homogénéités. Ce sera une fonction homogène du premier degré et du poids  $m^2$ ,  $\alpha_n$  étant considéré comme du premier degré et du poids  $n^2$ . Ceci posé, je vais transformer l'équation (1) en y prenant les  $\alpha$  pour variables indépendantes, et de telle sorte que la double homogénéité ait lieu aussi dans la transformée.

» En vertu de cette double homogénéité, on peut écrire huit équations dont voici les deux types :

$$(m^2 - n^2) \frac{\partial \mu}{\partial \alpha_n} = n^2 \alpha_n \frac{\partial^2 \mu}{\partial \alpha_n^2} + p^2 \alpha_p \frac{\partial^2 \mu}{\partial \alpha_n \partial \alpha_p} + \dots,$$

$$0 = \alpha_n \frac{\partial^2 \mu}{\partial \alpha_n^2} + \alpha_p \frac{\partial^2 \mu}{\partial \alpha_n \partial \alpha_p} + \dots,$$

et, grâce à ces relations, éliminer les  $\frac{\partial \mu}{\partial \alpha}, \frac{\partial^2 \mu}{\partial \alpha^2}$ . Le changement de variables

(1) Je saisis cette occasion de réparer l'omission d'un facteur  $x$  au dénominateur du second membre de cette équation. On doit l'écrire  $\frac{dy}{dx} = \frac{3y(y+1) - 4x}{x(8y-1)}$ .

(2) *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, Bd. LXXVI, p. 81.

exécuté dans (1), on peut aussi faire disparaître les  $\frac{\partial z}{\partial q}$  au moyen des relations analogues à (1) satisfaites par les  $\alpha$ . Ceci fait, il ne reste plus dans la transformée que six termes tels que  $A_{n,p} \alpha_n \alpha_p \frac{\partial^2 \mu}{\partial \alpha_n \partial \alpha_p}$ , et l'on trouve

$$A_{n,p} = -n^2 p^2 \left[ \frac{1}{n} Z(nz) - \frac{1}{p} Z(pz) \right]^2 + (n^2 - p^2) [Z'(nz) - Z'(pz)].$$

» Si maintenant on fait usage des deux formules

$$Z(a) + Z(b) + Z(c) - Z(a+b+c) = H'(0) \frac{H(a+b)H(b+c)H(c+a)}{H(a)H(b)H(c)H(a+b+c)},$$

$$Z'(a) - Z'(b) = H'^2(0) \frac{H(a+b)H(a-b)}{H^2(a)H^2(b)},$$

on reconnaît que, le facteur  $H'^2(0)$  disparaissant, les six coefficients  $A_{n,p}$  deviennent des fonctions rationnelles des  $\alpha$ , du degré  $-2$  et du poids zéro. La transformation demandée s'opère donc par ce moyen, et voici les formules

$$(2) \quad \begin{cases} A_{n,p} = -n^2 p^2 [\varphi(n) - \varphi(p)]^2 + (n^2 - p^2) [\psi(n) - \psi(p)], \\ \varphi(1) = 0, & \psi(1) = 0, \\ \varphi(2) = -\frac{1}{4} \frac{\alpha_2^3 + \alpha_1^4 \alpha_4}{\alpha_1^3 \alpha_2^2 \alpha_3}, & \psi(2) = \frac{\alpha_3}{\alpha_1 \alpha_2^2}, \\ \varphi(3) = -\frac{1}{3} \frac{\alpha_2^3}{\alpha_1^3 \alpha_3}, & \psi(3) = \frac{\alpha_2 \alpha_4}{\alpha_1^2 \alpha_3^2}, \\ \varphi(4) = -\frac{1}{8} \frac{2\alpha_1 \alpha_2^2 \alpha_3^3 + \alpha_2^5 \alpha_4 + \alpha_1^4 \alpha_4^2}{\alpha_1^3 \alpha_2^2 \alpha_3 \alpha_4}, & \psi(4) = \frac{\alpha_2^3 \alpha_3 \alpha_4 - \alpha_1 \alpha_4^4}{\alpha_1^5 \alpha_4^2}. \end{cases}$$

L'équation (A) que je voulais obtenir est  $\sum A_{n,p} \alpha_n \alpha_p \frac{\partial^2 \mu}{\partial \alpha_n \partial \alpha_p} = 0$ , les coefficients étant donnés par les formules (2). La circonstance bien remarquable qu'on y rencontre consiste dans la disparition du nombre  $m$ , et l'on en tire cette conséquence : Soit  $\Phi(z, q)$  une fonction satisfaisant à

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = - \left( \frac{\pi}{2K} \right)^2 q \frac{\partial \Phi}{\partial q},$$

et posons, pour  $n = 1, 2, 3, 4$ ,  $\alpha_n = \lambda \omega^{n^2} \Pi(nz)$ ; l'équation (A) admet pour solution, quel que soit  $m$ , la fonction  $\mu = \lambda \omega^{m^2} \Phi(mz, q)$ . On a donc des solutions en ajoutant entre elles des fonctions de cette forme ou encore en les intégrant ou les différentiant par rapport à  $m$  : par exemple,  $\mu = \lambda z H'(0)$  est une solution. L'équation (A) est satisfaite par  $\mu = H(mz)$ , considérée comme fonction des  $\alpha$ , du degré 1 et du poids  $m^2$ . Or il résulte de la formule de Jacobi, rappelée au début de ma première Note, que, pour  $m$  entier, cette fonction est rationnelle. Donc, outre les solutions évidentes  $\mu = f(\alpha_n)$ , l'équation (A) admet une infinité de solutions rationnelles.



» En vertu de la double homogénéité, l'expression de  $H(mz)$  par les  $\alpha$  devient d'elle-même, quand on introduit les fonctions  $g$ , une expression entière de  $g_m$  en fonction de  $g_3$  et  $g_4$ . On conçoit donc que l'équation (A) puisse être transformée en une autre à deux variables indépendantes et satisfaite par le polynôme  $g_m$ . Cette nouvelle équation peut aussi être obtenue directement par un calcul analogue au précédent. Je transcris ici le résultat. En posant  $g_3 = x$ ,  $g_4 = y$ , on obtient

$$(3) \left\{ \begin{aligned} & x(8y-1)^2 \left( x \frac{\partial^2 \mu}{\partial x^2} + \frac{2}{3} \frac{\partial \mu}{\partial x} \right) + 2x(8y-1)[3y(y+1) - 4x] \frac{\partial^2 \mu}{\partial x \partial y} \\ & + [3y(y+1) - 4x]^2 \frac{\partial^2 \mu}{\partial y^2} - \frac{m^2-9}{3}(10y^2 + 11y + 1 - 24x)x \frac{\partial \mu}{\partial x} \\ & - \frac{m^2-16}{3}[3y(y+1)^2 - 2x(10y+1)] \frac{\partial \mu}{\partial y} \\ & + \frac{(y+1)^2 - 12x}{4} \left[ \frac{(m^2-1)(m^2-4)}{9} \mu - \frac{40}{3} x \frac{\partial \mu}{\partial x} - 20y \frac{\partial \mu}{\partial y} \right] = 0. \end{aligned} \right.$$

Les termes ont été groupés de manière à mettre en évidence les solutions  $\mu = x^{\frac{1}{3}}$  pour  $m=3$  et  $\mu = y$  pour  $m=4$ . Cette équation (3) permet de calculer directement le polynôme  $g_m$  pour chaque valeur donnée de  $m$ . Mais le calcul est si compliqué que je n'ai pu jusqu'à présent l'utiliser. J'ajoute que l'équation (3) se reproduit par une infinité de substitutions rationnelles opérées sur  $\mu, x, y, m$ . Pour obtenir ces substitutions, mettons dans les polynômes  $g$  les lettres  $\xi, \eta$  au lieu de  $x, y$ , et posons,  $n$  étant un entier,

$$x = \frac{g_{3n}^3 g_n^5}{g_{2n}^8}, \quad y = \frac{g_{4n} g_n^4}{g_{2n}^5}, \quad \mu = \nu g_n^{\frac{m^2-4}{3}} g_n^{-\frac{m^2-1}{3}}, \quad m = \frac{M}{n}.$$

La transformée de (3) en  $\nu, \xi, \eta, M$  ne différera de (3) que par le changement des lettres : par exemple, la substitution

$$x = \frac{\xi(\eta - \xi - \eta^2)^3}{\eta^8}, \quad y = \frac{(\eta - \xi)(2\xi - \eta) - \xi\eta^2}{\eta^4}, \quad \mu = \nu\eta^{-\frac{m^2-1}{3}}$$

transformera l'équation (3) en elle-même, sauf changement de  $m$  en  $2m$ . »

MÉCANIQUE. — *Du potentiel cylindrique ou logarithmique à trois variables, et de son emploi dans la théorie de l'équilibre d'élasticité.* Note de M. BOUSSINESQ, présentée par M. de Saint-Venant.

« J'ai considéré, dans une Note du 10 février 1879 (*Comptes rendus*, p. 277), les intégrales de la forme  $\int \rho \varphi d\omega$ , où  $d\varphi$  désigne un élément de vo-

lume ayant  $x_1, y_1, z_1$  pour coordonnées,  $\rho$  une fonction finie et continue de  $x_1, y_1, z_1$ , nulle en dehors d'une région limitée, enfin  $\varphi$  une fonction de  $x_1 - x, y_1 - y, z_1 - z$ , pouvant devenir infinie au point  $x_1 = x, y_1 = y, z_1 = z$ , mais telle pourtant que la somme  $\int$ , étendue à tous les éléments  $d\omega$  de l'espace, soit finie. J'ai montré que l'on différencie aisément cette intégrale par rapport à  $x$ , à  $y$  ou à  $z$ , en y restreignant la somme  $\int$  aux éléments  $d\omega$  extérieurs à la sphère décrite, d'un très-petit rayon constant  $R$ , autour du point mobile  $(x, y, z)$  comme centre. Si la fonction  $\varphi$  était susceptible de devenir infinie sur toute la droite  $x_1 = x, y_1 = y$ , parallèle aux  $z$ , on n'étendrait de même le signe  $\int$  qu'aux éléments  $d\omega$  situés en dehors du cylindre de rayon  $R$  ayant cette droite pour axe. La différentiation par rapport à  $z$  se ferait simplement sous le signe  $\int$ ; mais la différentiation en  $x$  ou en  $y$  introduirait de plus un terme aux limites, provenant des éléments  $d\omega$ , les uns perdus, les autres gagnés par le cylindre dans sa petite translation  $dx$  ou  $dy$ . On trouverait, par exemple,

$$(1) \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{d}{dx} \int \rho \varphi d\omega &= \int \rho \frac{d\varphi}{dx} d\omega \\ &+ \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x, y, z_1) dz_1 \int_{-R}^R [\varphi(-\sqrt{R^2 - \eta^2}, \eta, z_1 - z) \\ &\quad - \varphi(\sqrt{R^2 - \eta^2}, \eta, z_1 - z)] d\eta. \end{aligned} \right.$$

D'ailleurs, comme il est dit à la fin de la même Note, les dérivées en  $x, y, z$  de  $\int \rho \varphi d\omega$  s'obtiendraient aussi par la différentiation de  $\rho$  en  $x_1, y_1$  ou  $z_1$  sous le signe  $\int$ .

» Appliquons cette méthode à la fonction, que j'appellerai *potentiel cylindrique* ou *logarithmique à trois variables*,

$$(2) \quad \psi = \int \rho \log(z - z_1 + r) d\omega,$$

où

$$r = \sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 - z)^2}.$$

Cette fonction, dont la dérivée en  $z$  est le *potentiel ordinaire* ou *inverse*, présente un grand intérêt dans la théorie de l'élasticité; car j'ai reconnu (*Comptes rendus*, t. LXXXVI, p. 1260; 20 mai 1878) qu'elle conduit, pour tout espace où  $\rho$  est nul et où  $z$  est  $> z_1$ , à trois formes d'expressions possibles des déplacements d'équilibre  $u, v, w$  d'un solide homogène et isotrope sans pesanteur. Ces trois formes, un peu généralisées en observant, dans la première, que  $(z - z_1) \frac{d}{dz} \log(z - z_1 + r) = \frac{dr}{dz}$  et en appelant  $V$  le



potentiel direct  $\int \rho r d\omega$ , sont respectivement

$$(3) \quad u = -\frac{\lambda + \mu}{\lambda + 2\mu} \frac{d^2 V}{dx dz}, \quad v = -\frac{\lambda + \mu}{\lambda + 2\mu} \frac{d^2 V}{dy dz}, \quad w = -\frac{\lambda + \mu}{\lambda + 2\mu} \frac{d^2 V}{dz^2} + \Delta_2 V;$$

$$(4) \quad u = \frac{d\psi}{dx}, \quad v = \frac{d\psi}{dy}, \quad w = \frac{d\psi}{dz}; \quad \text{et} \quad u = -\frac{d\psi}{dy}, \quad v = \frac{d\psi}{dx}, \quad w = 0.$$

» Il y a lieu de se demander si ces mêmes expressions de  $u, v, w$  représenteraient aussi des déplacements possibles en des endroits où  $\rho$  ne s'annule pas. Et d'abord, l'intégrale  $\psi$  reste finie et continue pour  $z < z_1$ , quoique  $\log(z - z_1 + r)$  devienne alors infini sur la droite  $x_1 = x, y_1 = y$ . En effet, supposons que cette somme  $\psi$  n'ait été d'abord étendue qu'aux éléments  $d\omega$  extérieurs au cylindre  $(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 = R^2$ ; en faisant ensuite décroître  $R$  jusqu'à  $\varepsilon$ , elle augmentera peu à peu, et, en tout, de  $2\pi \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x, y, z_1) dz_1 \int_0^R R \log(z - z_1 + r) dR$ , expression de valeur insensible, et qui le serait même sans la présence du facteur  $R$  sous le signe  $\int$ ; car,  $z - z_1 + r$  y vaut le quotient de  $R^2$  par  $z_1 - z + r$ , en sorte que les plus grandes valeurs absolues de  $\log(z - z_1 + r)$ , correspondant à  $z_1 > z$ , n'y sont que de l'ordre de grandeur de  $\log R$  et ont leur produit par  $dR$  comparable seulement à  $d(R \log R)$ . En posant, dans (1),  $\varphi = \log(z - z_1 + r)$ , on reconnaît qu'une première différentiation de  $\psi$  peut s'effectuer simplement sous le signe  $\int$ , vu que le dernier terme de (1) est alors la différence de deux expressions négligeables. Si l'on prend ensuite  $\varphi = \frac{-(x_1 - x)}{r(z - z_1 + r)}$  en vue d'avoir  $\frac{d^2 \psi}{dx^2}$ , on trouve successivement pour le dernier terme de (1)

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2\rho(x, y, z_1) dz_1}{r(z - z_1 + r)} \int_{-R}^R \sqrt{R^2 - \eta^2} d\eta &= \pi R^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\rho(x, y, z_1) dz_1}{r(z - z_1 + r)} \\ &= \pi \int_{-\infty}^{\infty} \left(1 + \frac{z_1 - z}{r}\right) \rho dz_1 = 2\pi \int_z^{\infty} \rho dz. \end{aligned}$$

Par suite, il vient, non plus  $\Delta_2 \psi = 0$ , mais

$$(5) \quad \Delta_2 \psi = 4\pi \int_z^{\infty} \rho dz.$$

» Au moyen de cette relation et de la formule  $\Delta_2 \Delta_2 V = -8\pi\rho$  démontrée dans la Note citée du 10 février, on reconnaît que les expressions (3) et (4) de  $u, v, w$  représentent des déplacements d'équilibre possibles de solides élastiques indéfinis, soumis par unité de volume à certaines actions exté-

rieures ( $X, Y, Z$ ). Dans le cas des valeurs (4),  $X, Y, u, v$  ne tendent généralement pas vers zéro quand,  $x$  et  $y$  restant constants,  $-z$  grandit sans limite; mais il en est autrement dans le cas des valeurs (3), qui correspondent à  $X = 0, Y = 0, Z = 8\pi\mu\rho$ .

» On voit que le potentiel logarithmique  $\psi$  conduit aux intégrales du problème de l'équilibre d'élasticité, non-seulement dans le cas, auquel seul je l'avais d'abord appliqué, d'un milieu sans pesanteur, limité par le plan des  $xy$ , mais encore dans celui d'un milieu indéfini, dont la masse est sollicitée en divers endroits par des forces extérieures quelconques. Au contraire, la considération des potentiels, direct et inverse, qui s'applique immédiatement à ce dernier problème (*Comptes rendus*, p. 331, 17 février), ne pourrait donner que l'intégrale (3), non les intégrales (4), également nécessaires dans l'étude du milieu limité par un plan. »

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Anomalie présentée par les observations magnétiques de Paris.* Note de M. FLAMMARION, présentée par M. Faye.

« Ayant été conduit récemment à m'occuper des observations magnétiques faites dans les différents observatoires du globe, dans leur rapport avec la variation undécennale des taches solaires, j'ai été frappé par l'anomalie de la série de Paris, et il ne me paraît pas inutile de la signaler à l'attention des savants, afin qu'on puisse en étudier la cause.

» Depuis 1870-1871, dernier maximum des taches solaires et de la variation diurne de l'aiguille de déclinaison, l'amplitude de cette variation décroît partout, excepté à Paris. Qu'il nous suffise de signaler comme comparaison les données suivantes :

Années.	Nombre		Variation diurne de la déclinaison à						
	des taches.	relatif.	Munich.	Prague.	Christiania.	Milan.	Rome.	Paris.	Toulon.
1870..	305	139,1	12,27	11,47	9,95	11,52	10,97	»	12,5
1871..	304	111,2	11,70	11,60	9,86	10,70	11,13	(9,5)	11,9
1872..	292	101,7	10,96	10,70	9,21	10,32	10,65	(9,9)	10,5
1873..	215	66,3	9,12	9,05	9,72	8,64	9,01	(9,0)	8,6
1874..	159	44,6	8,33	7,98	7,09	7,77	8,11	9,5	7,8
1875..	91	17,1	7,05	6,73	5,66	5,78	6,97	8,9	»
1876..	57	11,3	6,79	6,47	5,48	6,31	6,82	9,9	»
1877..	48	12,3	6,61	5,95	5,20	5,68	6,63	10,1	»
1878..	19	3,6	»	5,65	5,79	5,30	6,22	9,4	»



» Dans l'ancienne série de l'Observatoire, dont l'interruption dès 1832 est si fâcheuse pour la Science, et dans la nouvelle de 1860 à 1869, on constate que, dans les années de maximum, l'amplitude de la variation diurne à Paris peut s'élever jusqu'à 14' et que, dans les années de minimum, elle peut descendre au-dessous de 5'. Il semble donc qu'en 1871 elle aurait dû s'élever au moins à 12', puis décroître et arriver l'année dernière vers 5'. Au lieu de cette marche, elle semble stationnaire, et même l'année 1877, qui devrait approcher du minimum, présente un maximum. Les moyennes de 1871, 1872 et 1873, mises entre parenthèses, sont, il est vrai, insuffisantes, parce que plusieurs mois manquent dans chacune de ces trois années, mais elles ont été formées en interpolant les nombres probables indiqués par la variation mensuelle; elles ne peuvent donc s'éloigner beaucoup de ce qu'elles seraient sans ces lacunes regrettables. Du reste, voici les chiffres eux-mêmes et leur provenance :

*Amplitude de l'excursion diurne de l'aiguille de déclinaison, à Paris.*

	Janv.	Fév.	Mars.	Avril.	Mai.	Juin.	Juillet.	Août.	Sept.	Oct.	Nov.	Déc.	Moyennes annuelles.
1871 <sup>(1)</sup> ....	"	"	"	14,8	11,4	10,3	9,6	9,9	10,8	"	"	5,3	(9,5)
1872 <sup>(2)</sup> ....	6,1	6,8	11,2	12,6	12,5	12,5	"	"	"	10,5	6,8	4,7	(9,9)
1873 <sup>(3)</sup> ....	6,9	6,7	10,7	11,6	9,3	9,6	11,9	10,5	9,3	"	"	"	(9,0)

(<sup>1</sup>) Valeurs calculées sur les maxima et minima des observations trihoraires de l'Observatoire de Paris publiées (avril à septembre) dans l'*Annuaire météorologique de l'Observatoire de Paris*, 1872, p. 136. L'amplitude la plus grande s'est montrée ordinairement entre l'observation de 9 heures et celle de midi. En septembre, le minimum est arrivé à minuit. L'*Annuaire* ne contient que ces six mois. Celui de 1873 dit (p. 144) qu'il publie les moyennes horaires à partir d'octobre, mais il ne le fait pas. Décembre a été publié dans le *Bulletin météorologique mensuel de l'Observatoire de Paris*, n° 1, p. 32 : différence entre 3 heures du soir et minuit.

(<sup>2</sup>) Valeurs calculées sur les maxima et minima des observations trihoraires de Paris (*Bulletin mensuel*) : janvier, de 3 à 9 heures soir; février, de midi à minuit; mars, de midi à 8 heures matin; avril, de midi à 7 heures matin; mai, de midi à 7 heures matin; juin, de 3 heures soir à 7 heures matin. En juillet, les instruments magnétiques ont été transférés à Montsouris, et les observations sont suspendues.

(<sup>3</sup>) Valeurs calculées, d'octobre 1872 à septembre 1873, sur les observations trihoraires de Montsouris, publiées dans l'*Annuaire de Montsouris*, 1874, p. 90 : octobre, de midi à 7 heures matin; novembre, de midi à 9 heures soir; décembre, de midi à 9 heures soir; janvier, de 3 heures à minuit; février, de midi à minuit; mars, de midi à 7 heures matin; avril, de midi à 7 heures matin; mai, de midi à 7 heures matin; juin, de 3 heures soir à 7 heures matin; juillet, de midi à 7 heures matin; août, de midi à 9 heures soir; septembre, de midi à 9 heures soir.

	Janv.	Fév.	Mars.	Avril.	Mai.	Juin.	Juillet.	Août.	Sept.	Oct.	Nov.	Déc.	Moyennes annuelles.
1874 <sup>(1)</sup> ...	8,2	10,8	12,9	11,7	10,6	11,2	11,2	10,5	9,4	7,0	4,5	9,5	
1875 <sup>(2)</sup> ...	4,9	6,1	10,5	10,6	10,2	9,9	11,1	10,7	9,6	7,0	5,3	8,9	
1876 <sup>(3)</sup> ...	7,0	7,6	11,1	12,7	11,9	12,4	13,1	12,2	9,3	8,9	7,5	5,3	9,9
1877 <sup>(4)</sup> ...	7,3	7,9	11,3	12,4	11,7	13,0	12,5	12,8	10,8	9,5	6,7	4,7	10,1
1878 <sup>(5)</sup> ...	6,5	7,8	10,5	11,1	9,6	12,3	12,0	10,9	12,3	8,9	5,9	5,5	9,4
Moy. mens..	6,5	7,4	10,9	12,4	11,1	11,4	11,6	11,3	10,6	9,4	6,9	5,0	

» Malgré des lacunes regrettables, on ne peut s'empêcher de remarquer que la variation annuelle de l'amplitude ne suit pas les allures qu'elle manifeste partout ailleurs, et qu'elle a manifestées à Paris même en 1829 (max.), en 1860 (max.) et en 1867 (min.). La variation mensuelle, au contraire, ou tout au moins la différence d'amplitude entre les mois d'hiver et les mois d'été, ressort complètement des mêmes nombres. Une bonne série d'observations commencée à Toulon et malheureusement interrompue en 1875 concorde également avec les autres. Il y a donc ici une anomalie assez singulière, et d'autant plus digne d'attention, que l'étude du magnétisme terrestre acquiert de jour en jour une plus haute importance. »

PHYSIQUE. — *Sur les lois thermiques et galvanométriques de l'étincelle électrique produite dans les gaz.* Note de M. E. VILLARI, présentée par M. Jamin. (Extrait.)

« J'ai construit, pour réaliser ces expériences, un thermomètre à étincelle particulier. Il se compose d'un ballon de verre, recouvert d'une couche

(<sup>1</sup>) Amplitude complète entre le maximum et le minimum. Valeurs horaires calculées par une formule trigonométrique sur les observations trihoraires (*Annuaire* pour 1875, p. 186) : 1 heure soir à 7 ou 8 heures matin, février à septembre; rien d'octobre à janvier 1874.

(<sup>2</sup>) Même amplitude complète (*Annuaire* pour 1876, p. 180), octobre 1874 à septembre 1875. En novembre, décembre, janvier et février, le minimum s'est présenté à 11 heures du soir. Avril manque.

(<sup>3</sup>) Même amplitude complète (*Annuaire* pour 1877, p. 194), octobre 1875 à septembre 1876. En novembre et décembre le minimum est arrivé à 10 heures du soir.

(<sup>4</sup>) Même amplitude complète. L'*Annuaire de Montsouris* cesse de publier les valeurs horaires de la déclinaison. On les trouve dans les *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*. C'est sur ces données que l'amplitude a été calculée à partir d'octobre 1876. En janvier et décembre 1877, le minimum s'est montré à 11 heures du soir.

(<sup>5</sup>) Même amplitude complète. En décembre 1878, un minimum inférieur à celui du matin s'est montré à 10 heures du soir.



épaisse de gomme-laque et muni de quatre tubulures, deux verticales et deux horizontales. Ces dernières sont traversées par deux électrodes de laiton, terminées intérieurement par de courts fils de platine ou d'argent, ou encore par de petites boules en platine ou en laiton; extérieurement, les électrodes se terminent par des boules de laiton. A la tubulure supérieure est mastiqué un robinet qui permet d'introduire les différents gaz; enfin, à la tubulure inférieure est mastiqué un long tube de verre, qui mesure environ 3 millimètres de diamètre intérieur. Ce dernier tube est maintenu vertical et plonge par son extrémité inférieure dans un verre qui contient un mélange de glycérine et d'eau. L'appareil est enfermé dans une boîte isolante.

» Ce thermomètre était placé dans le circuit d'une batterie de dix-huit bouteilles de Leyde. Dans le même circuit se trouvaient également une bouteille électrométrique et un interrupteur mobile à main. La batterie était chargée à l'aide d'une machine de Holtz; la décharge produisait une étincelle dans le ballon; l'échauffement qui en résultait faisait descendre le niveau de la glycérine dans le tube vertical.

» J'ai d'abord cherché à comparer la quantité de chaleur développée par une étincelle et la quantité d'électricité qui produit cette étincelle. La bouteille électrométrique me servait à mesurer la quantité d'électricité fournie à la batterie. En opérant sur l'air, l'azote, l'oxygène, l'hydrogène, l'acide carbonique, j'ai été conduit à la loi suivante, que j'appelle *loi des quantités*:

» PREMIÈRE LOI. — *La chaleur développée dans les gaz par une étincelle électrique est directement proportionnelle à la quantité d'électricité qui produit cette étincelle.*

» Je me suis occupé ensuite à comparer la longueur de l'étincelle et la chaleur qu'elle développe. Je dus d'abord faire des recherches pour trouver le moyen de mesurer la quantité d'électricité mise en mouvement dans une décharge accompagnée d'étincelles de diverses longueurs.

» J'ai comparé en premier lieu les quantités d'électricité et les déviations galvanométriques. A cet effet, j'intercalais dans le circuit de la batterie un galvanomètre de Wiedemann, dont les bobines étaient formées de fil de cuivre recouvert de gutta-percha. Les déviations furent très-régulières.

» DEUXIÈME LOI. — *Les déviations galvanométriques produites par les décharges des bouteilles sont proportionnelles aux quantités d'électricité condensées.*

» Je voulus mesurer la quantité d'électricité qui formait les étincelles

de différentes longueurs produites par une même charge de la batterie. Outre le galvanomètre, j'introduisis dans le circuit de la batterie (que je chargeais toujours avec la même quantité d'électricité) un interrupteur à pointes ; je constatai la relation suivante :

» *TROISIÈME LOI. — Les déviations galvanométriques produites par une même charge des condensateurs sont constantes et indépendantes de la longueur de l'étincelle qui se produit en un point quelconque du circuit.*

» Les deux dernières lois nous conduisent à admettre une quatrième loi :

» *QUATRIÈME LOI. — Si une même quantité d'électricité amassée dans un condensateur quelconque se décharge à travers un circuit métallique, interrompu de façon à donner lieu à une étincelle, la quantité d'électricité mise en jeu dans la décharge est constante et indépendante de la longueur de l'étincelle.*

» Pour confirmer cette dernière loi, j'ai mesuré les charges qui restaient dans la batterie après qu'elle s'était déchargée en produisant des étincelles de différentes longueurs. J'évaluais les charges restantes à l'aide du galvanomètre ou en faisant usage d'une bouteille électrométrique, d'après un procédé imaginé par Riess <sup>(1)</sup>. Conformément à ma loi, les charges restantes furent invariables et indépendantes de la longueur de l'étincelle.

» J'ai cherché alors à déterminer l'influence que la longueur de l'étincelle exerce sur la chaleur à laquelle elle donne lieu. A cet effet, j'ai rendu mobile une des électrodes du thermomètre, de façon à produire dans le ballon des étincelles de différentes longueurs.

» *CINQUIÈME LOI. — La quantité de chaleur développée dans un gaz par l'étincelle électrique croît proportionnellement à sa longueur.*

» Cette loi, analogue à celle que Riess a formulée pour les métaux traversés par la décharge électrique, nous fait énoncer deux corollaires :

» (a) *La température de l'étincelle électrique en ses différents points est indépendante de sa longueur.*

» (b) *La résistance électrique des gaz est proportionnelle à l'épaisseur de la couche gazeuse parcourue par la décharge.*

» J'ai cherché à déterminer l'influence que la surface de la batterie exerce sur l'ensemble des effets thermiques et des effets galvanométriques. J'introduisis dans le circuit de la batterie le galvanomètre et le thermomètre à étincelle. La batterie était formée d'un nombre variable de bouteilles et je lui communiquais une charge constante.

*SIXIÈME LOI. — Lorsque la charge qui produit l'étincelle reste la même,*

---

(<sup>1</sup>) MASCART, *Traité d'électricité statique*, § 316.



la quantité de chaleur développée par cette étincelle est indépendante de la surface du condensateur.

SEPTIÈME LOI. — La déviation galvanométrique produite par la décharge d'un condensateur est indépendante de sa surface <sup>(1)</sup>.

» En résumé : Les déviations thermiques et galvanométriques produites, celles-là par l'étincelle et celles-ci par la décharge d'un condensateur, sont proportionnelles à la quantité d'électricité qui les produit et en même temps à la longueur de leurs circuits actifs (en appelant circuit actif soit la longueur de l'étincelle, soit la longueur du fil du galvanomètre).

» J'ai fait beaucoup d'autres recherches; je me bornerai ici à indiquer qu'en augmentant la résistance du circuit avec des fils métalliques on remarque toujours une diminution dans le pouvoir thermique de l'étincelle; la valeur des déviations galvanométriques reste constante. En faisant éclater dans le thermomètre l'étincelle entre une pointe et un disque ou entre une pointe et une petite boule métallique, le pouvoir thermique de l'étincelle reste toujours le même, quelle que soit la direction de l'étincelle.

» Les expériences résumées par la première loi permettent d'établir, bien que d'une façon encore incertaine, la conductibilité relative des gaz. Jusqu'ici je crois pouvoir ranger les gaz à peu près dans l'ordre suivant de conductibilité décroissante : hydrogène, azote, air atmosphérique, oxygène, acide carbonique. »

PHYSIQUE. — *Pouvoir rotatoire magnétique des gaz à la température et à la pression ordinaires.* Note de M. HENRI BECQUEREL.

« Depuis plusieurs années, je m'occupe de l'étude du pouvoir rotatoire magnétique des divers corps de la nature, et particulièrement des substances à l'état gazeux. Mes recherches antérieures <sup>(2)</sup>, et principalement la relation simple que j'ai reconnue entre le pouvoir rotatoire magnétique des corps et leurs indices de réfraction, m'avaient donné des renseignements assez précis sur la grandeur de la rotation à observer avec les gaz, ainsi que sur le sens de cette rotation.

(1) Quelques mesures galvanométriques de Faraday s'accordent avec ma deuxième et ma septième loi. Voir *Experimental Researches*, t. I, p. 102, et MASCART, *loc. cit.*, t. I, p. 433.

(2) *Annales de Chimie et de Physique*, 5<sup>e</sup> série, t. XII; 1877.

» J'ai employé, pour vérifier ces déductions, la méthode de multiplication imaginée par Faraday, et qui consiste à faire passer plusieurs fois au travers de la substance à étudier un rayon de lumière polarisée que l'on fait réfléchir sur des miroirs convenablement disposés. J'ai indiqué, l'année dernière <sup>(1)</sup>, une première application de cette méthode à la mesure de la rotation imprimée par l'action magnétique terrestre à un rayon lumineux traversant un tube plein de sulfure de carbone liquide. Depuis cette époque, j'ai fait construire un appareil de très-grandes dimensions permettant de répéter cette dernière expérience, et je l'ai d'abord fait servir à la vérification des nombres auxquels j'étais conduit pour les pouvoirs rotatoires magnétiques des gaz. Je me suis surtout appliqué à perfectionner le système optique et à augmenter la puissance des appareils, de façon à laisser les gaz à la pression et à la température ordinaires, et à ne faire varier qu'à volonté ces éléments pour l'étude des phénomènes.

» L'appareil se compose d'un tube en cuivre de 3 mètres de long et de 0<sup>m</sup>,12 de diamètre intérieur, fermé par des glaces parallèles travaillées avec un soin extrême, et muni d'un manomètre mesurant la pression ou la raréfaction des gaz dans ce tube. Il est monté horizontalement sur une poutre en bois qui supporte le système optique. Six grosses bobines de 0<sup>m</sup>,50 de long, sur chacune desquelles est enroulé un poids de 15 kilogrammes de fil de cuivre de 3 millimètres de diamètre, peuvent se glisser autour du tube et permettent de lui faire subir l'action magnétique produite par le courant d'une pile de 66 éléments à acide azotique. Les rayons lumineux sont donnés par la chaux incandescente d'un chalumeau à gaz oxyhydrique ; ils sont polarisés par un polariseur à pénombres, traversent le tube et rencontrent à chaque extrémité des miroirs plans, en verre argenté, qui par des réflexions successives leur font traverser plusieurs fois la longueur du tube ; ils sont ensuite reçus sur un analyseur monté sur un cercle divisé, et muni d'une très-forte lunette. Le réglage du système optique est des plus délicats <sup>(2)</sup>. J'ai pu obtenir un grand nombre de réflexions successives ; mais, pour avoir des mesures suffisamment nettes, j'ai dû m'arrêter à la quatrième image réfléchie, qui correspond à neuf fois la longueur du tube, soit 27 mètres. La netteté et la sensibilité du polarimètre à pénombres sont alors telles,

---

<sup>(1)</sup> *Comptes rendus*, t. LXXXVI, p. 1075 ; 1878.

<sup>(2)</sup> Cet appareil a été construit avec le plus grand soin par M. J. Duboscq. Les bobines ont été disposées par M. J. Carpentier.



que l'on peut estimer une rotation de 1 minute, ce qui correspond à  $\frac{1}{30000}$  de la rotation magnétique que donnerait du sulfure de carbone liquide dans le même appareil.

» Au moyen de cette disposition, on peut non-seulement manifester la rotation magnétique du plan de polarisation de la lumière dans les gaz à la température et à la pression ordinaires, mais encore la mesurer avec précision. Mes recherches sur les divers gaz n'étant pas encore terminées, je citerai seulement quelques résultats montrant la grandeur du phénomène observé. On a mesuré la double rotation obtenue en renversant le sens du courant dans les hélices ; la rotation due aux glaces du tube était déterminée par une expérience spéciale avec le tube vide et retranchée de l'effet total observé avec le tube plein de gaz.

» Dans ces conditions, des mesures très-concordantes ont donné, par exemple, pour le gaz d'éclairage à la température et à la pression ordinaires, avec la lumière jaune, une double rotation magnétique de + 6',8 pour 27 mètres de gaz traversé.

» Dans les mêmes conditions magnétiques, une colonne de 27 mètres de sulfure de carbone liquide donnerait une rotation dans le même sens d'environ 513 degrés pour la lumière jaune, soit 30 780 minutes. Le pouvoir rotatoire du gaz d'éclairage qui m'a servi, rapporté au sulfure de carbone, est donc, dans les conditions de l'expérience précédente, environ + 0,00022. Ce nombre est voisin de celui auquel conduit la formule théorique  $n^2(n^2 - 1)$ , où  $n$  représente l'indice de réfraction.

» La vapeur de sulfure de carbone à la température de 20 à 25 degrés avec la force élastique maximum correspondante, a également donné des rotations très-appreciables. J'ai pu en outre, pour ce corps de même que pour le gaz d'éclairage, vérifier l'inégale rotation des plans de polarisation des rayons de diverses couleurs.

» Parmi les gaz que j'ai étudiés, l'oxygène devait particulièrement attirer l'attention. Dans les recherches que j'ai déjà rappelées plus haut, l'étude de divers composés oxygénés avait montré que l'oxygène se comporte comme doué d'un pouvoir rotatoire magnétique négatif, ce qui est le propre des substances très-magnétiques, et j'ai démontré, d'autre part <sup>(1)</sup>, que les rotations négatives des plans de polarisation des rayons lumineux de diverses longueurs d'onde ne varient pas de la même manière que les rotations positives. Les expériences préliminaires faites sur l'oxy-

---

(<sup>1</sup>) Mémoire déjà cité et *Comptes rendus*, t. LXXXV, p. 1227; 1877.

gène gazeux à la température et à la pression ordinaires ont donné lieu à des rotations assez faibles, que je ne puis indiquer avec certitude quant à présent : j'attendrai, pour publier les mesures obtenues, qu'elles soient contrôlées par un plus grand nombre de déterminations.

» Cette question exige des observations multiples assez longues, et, avant de pouvoir présenter l'ensemble de mes recherches, l'indication des résultats sommaires m'a semblé avoir assez d'intérêt pour être publiée maintenant. »

PHYSIQUE. — *Sur le pouvoir rotatoire magnétique des vapeurs.*

Note de M. E. BICHAT, présentée par M. Pasteur.

« En faisant agir le courant fourni par 80 grands éléments Bunsen sur un rayon de lumière polarisée traversant des vapeurs de sulfure de carbone, j'ai constaté une rotation évidente du plan de polarisation. Cette rotation était très-faible et ne dépassait pas 15 minutes. Les premières expériences qui me conduisirent au résultat que je viens d'indiquer furent faites dans le courant du mois de juillet 1878.

» L'appareil avait été construit par M. Ducretet, de Paris. Il se compose de deux tubes concentriques de 3<sup>m</sup>,60 de longueur. Le tube intérieur est fermé par des glaces parallèles et porte deux tubulures munies de robinets qui permettent de le mettre en communication avec l'extérieur. Dans l'espace annulaire compris entre les deux tubes, on peut faire circuler soit un courant d'eau chaude, soit un courant d'huile, soit enfin un courant de vapeur. Sur une longueur de 3 mètres, le tube porte une série de bobines recouvertes d'un fil de 3 millimètres de diamètre. L'expérience montre que, dans ces conditions, l'action du courant sur les glaces est nulle.

» Au moyen de ce même instrument, j'ai pu constater de même une action évidente du courant électrique sur la lumière polarisée traversant des vapeurs de bichlorure d'étain.

» J'ai fait plus : j'ai suivi pas à pas, depuis zéro jusqu'à la température d'ébullition, la rotation du plan de polarisation produite par un même courant agissant sur le sulfure de carbone et sur le bichlorure d'étain. J'ai constaté ainsi que le pouvoir rotatoire moléculaire se conserve tant que l'on n'arrive pas au voisinage de la température d'ébullition du liquide. A ce moment, il y a une diminution beaucoup plus rapide que celle que pouvait faire prévoir le calcul basé sur la connaissance du rapport des densités.



» J'aurais voulu, avant de publier les résultats de ces recherches, pouvoir établir d'une façon rigoureuse la relation qui existe entre le pouvoir rotatoire magnétique d'un liquide et le pouvoir rotatoire de sa vapeur. Il eût fallu, pour cela, pouvoir augmenter l'action produite par cette dernière et perfectionner en même temps les procédés de mesure. Il ne m'a pas encore été possible de le faire. J'espère cependant pouvoir bientôt surmonter les difficultés qui m'ont arrêté jusqu'à présent.

» Si je me décide à publier aujourd'hui ces résultats encore incomplets, cela tient à ce que je viens de lire dans un journal scientifique étranger <sup>(1)</sup> le récit d'expériences analogues faites à Strasbourg avec un appareil disposé comme celui que je viens de décrire. Dans ces expériences, on a constaté, sans pouvoir le mesurer, le pouvoir rotatoire magnétique des vapeurs de sulfure de carbone, de l'hydrogène sulfuré gazeux et de l'acide sulfureux gazeux.

» Il y a cependant une différence considérable, au point de vue des résultats que l'on peut obtenir par cette méthode entre l'appareil que j'emploie et celui qui a été utilisé par les physiciens allemands. Cette différence tient à la nature du tube destiné à contenir la vapeur. Le tube qui me sert est en laiton, tandis que celui qui existe à Strasbourg est en fer. Ce dernier appareil constitue donc un grand électro-aimant creux, dans l'intérieur duquel sont renfermés les gaz qu'il s'agit d'étudier.

» Pour montrer l'inconvénient qu'une pareille disposition présente, je citerai l'expérience suivante. Un tube plein de sulfure de carbone est placé entre les pôles de l'électro-aimant de Faraday; il donne une rotation de  $10^{\circ}30'$ . En introduisant ce même tube dans l'intérieur de l'un des deux électro-aimants creux du même appareil et en lançant dans cet électro-aimant unique tout le courant de la pile, on n'observe aucune rotation appréciable.

» Il est vrai que, lorsque le tube en fer de l'électro-aimant est plus mince, l'action n'est pas complètement annulée, mais elle est toujours considérablement diminuée. Ainsi, une bobine creuse de 20 centimètres de longueur contenant un tube plein de sulfure de carbone donne une rotation de 5 degrés. Si dans la bobine on place un tube en fer de  $2^{\text{mm}},5$  d'épaisseur, la rotation n'est plus que de 1 degré.

» Ces expériences ne sont d'ailleurs qu'une confirmation de la théorie des aimants creux que M. Bertin a donnée il y a près de vingt ans déjà <sup>(2)</sup>. »

<sup>(1)</sup> *Annalen der Physik und Chemie*, mars 1879, t. VI, p. 332.

<sup>(2)</sup> *Annales de Chimie et de Physique*, 3<sup>e</sup> série, t. LVIII, p. 90.

PHYSIQUE. — *Pressions exercées par les dépôts galvaniques.* Note de M. BOUTY, présentée par M. Jamin.

« Prenons un thermomètre à réservoir cylindrique, rendons-le conducteur en y collant une feuille d'or ou en y déposant une mince couche d'argent, et employons-le comme électrode négative, dans la décomposition d'un sel de cuivre par exemple. Le dépôt métallique exerce une pression considérable sur le réservoir, car le mercure s'élève dans la tige d'autant plus que le dépôt est plus épais; et l'on ne peut invoquer, pour expliquer cette ascension, ni l'élévation locale de température, qui est insignifiante, ni une action électrique proprement dite, car l'excès du thermomètre n'a aucune relation directe avec l'intensité du courant et persiste intégralement après sa suppression. Il dépend exclusivement de la quantité *métallique* plus ou moins parfaite du dépôt et pourra probablement en fournir la mesure indirecte. Les dépôts très-cristallins ou grossièrement grenus exercent une compression insignifiante. Quand on dissout le métal dans un acide, le thermomètre redevient normal.

» M. Mills (<sup>1</sup>), qui a découvert avant moi, et sans que j'en eusse connaissance quand j'ai entrepris ce travail, le fait de la contraction des thermomètres, avait annoncé que le cuivre, l'argent, le fer et le nickel contractent, que le cadmium et le zinc dilatent les réservoirs sur lesquels ils s'appliquent. J'ai trouvé que tous les métaux, y compris le zinc, n'agissent jamais que par pression; mais cette pression n'est pas nécessairement normale ni la même en tous les points, et ne peut servir *directement* de mesure au phénomène : elle est le résultat d'un changement de volume que subit le métal en se déposant. Je me bornerai à établir ce point, réservant pour une Note ultérieure toutes les particularités que j'ai observées.

» Imaginons qu'un cylindre M, de rayon extérieur R et de longueur indéfinie, se recouvre d'une couche solide régulière dont le rayon extérieur est R'. Elle éprouve un retrait dont la grandeur serait une fraction *a* de son volume intérieur, si le cylindre M ne résistait pas; mais, comme il résiste, une pression normale P se développe en tous les points de la couche de contact, agissant de l'extérieur vers l'intérieur sur le cylindre, de l'intérieur vers l'extérieur sur le dépôt. On démontre aisément la formule

$$(1) \quad P = \frac{a}{m + \frac{1}{3} \left( \frac{8R^2}{R'^2 - R^2} + 5 \right) k},$$

---

(<sup>1</sup>) *Proceedings of the Royal Society of London*, t. XXVI, p. 504.



dans laquelle  $m$  représente la diminution de l'unité de volume extérieur du cylindre sous une pression extérieure égale à l'unité,  $k$  le coefficient de compressibilité du métal.

» 1° Si le dépôt est produit par un courant d'intensité constante distribué uniformément sur toute la surface du cylindre, le poids de cuivre déposé sur l'unité de longueur a pour expression, en désignant par  $D$  la densité du cuivre, par  $p$  une constante,

$$(2) \quad pt = \pi(R'^2 - R^2)D,$$

d'où

$$(3) \quad P = \frac{\frac{a}{m + \frac{5}{3}k} t}{t + \frac{8}{3} \frac{k}{m + \frac{5}{3}k} \frac{\pi D}{p} R^2} = \frac{At}{t + B}.$$

J'ai vérifié que non-seulement mes expériences, mais encore celles de M. Mills, sont représentées très-exactement par des formules empiriques de cette forme.

» 2° La limite  $A$  vers laquelle tend la pression pour un dépôt d'épaisseur indéfinie est indépendante de  $R$ , mais il n'en est pas de même de  $B$  : la pression s'approche d'autant plus rapidement de sa limite que le rayon  $R$  est plus petit. L'expérience montre, en effet, que la contraction d'un thermomètre presque linéaire est très-rapide, tandis que je n'ai observé qu'une contraction insignifiante sur un gros thermomètre à alcool de 3 centimètres de diamètre, bien qu'il fût muni d'une tige extrêmement capillaire.

» Un thermomètre de section elliptique très-aplatie sera soumis à des pressions croissant rapidement aux extrémités du grand axe de l'ellipse où la courbure est considérable, et sa section se rapprochera de la forme circulaire ; le mercure baissera dans la tige, tandis qu'il monterait si le même thermomètre était comprimé dans un piézomètre.

» 3° J'ai fait construire par M. Alvergniat des thermomètres cylindriques à réservoir très-allongé, de rayons intérieur et extérieur connus, et renflés à l'origine de la tige de manière à pouvoir s'adapter, à la place du réservoir à gaz, dans l'appareil construit par M. Ducretet pour les expériences de M. Cailletet. Après avoir déterminé expérimentalement leur compressibilité intérieure, d'où j'ai déduit par le calcul leur compressibilité extérieure  $m$ , je les ai soumis au cuivrage au centre d'un élément Daniell de même hauteur que le réservoir. Observant ensuite d'heure en heure leur excès, j'ai pu déterminer empiriquement les coefficients  $A$  et  $B$  de la for-

mule (3) et en déduire  $k$ . La moyenne de quinze séries d'expériences, effectuées avec trois thermomètres différents, a donné :

Thermomètre 1.....	$k = 0,0000012179$
"      2.....	0,0000012245
"      3.....	0,0000012360
Moyenne.....	0,0000012351

M. Regnault trouva directement pour le cuivre rouge écroui

$$k = 0,000001317.$$

» 4° La diminution de volume a varié entre des limites beaucoup plus larges que  $k$ . La plus forte valeur que j'aie calculé est  $a = 0,000865$ . En admettant ce nombre, la plus grande pression qui pourrait être développée par un dépôt de cuivre sur un cylindre absolument résistant ( $m = 0$ ) serait voisine de 350 atmosphères. Par le fait, je n'ai pas encore observé de pressions supérieures à 100 ou 110 atmosphères.

» Je poursuis ces recherches, pour lesquelles M. Jamin a bien voulu mettre à ma disposition toutes les ressources de son laboratoire. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les alcalis du grenadier*. Note de M. CH. TANRET, présentée par M. Berthelot.

« 1. En poursuivant mes recherches sur l'écorce de grenadier, j'ai reconnu que la pelletierine s'y trouve accompagnée de trois autres alcalis volatils. C'est l'étude de l'un d'eux, avec la méthode qui permet d'isoler les quatre alcalis du grenadier, que je demande à l'Académie la permission de lui exposer aujourd'hui.

» 2. Si après l'avoir mélangée à un lait de chaux on traite par l'eau la poudre d'écorce de grenadier, puis qu'on agite les liqueurs avec du chloroforme et ce dernier avec un acide étendu employé en quantité strictement suffisante, on obtient une solution qui, selon la provenance de l'écorce, est soit lévogyre, soit dextrogyre, soit même inactive, ce qui indique qu'on a affaire à un mélange d'alcaloïdes à pouvoir rotatoire différent et en proportions variées. Pour les séparer, on agite leur solution saline avec un excès de bicarbonate de soude et l'on sature d'acide carbonique (1). On agite alors avec du chloroforme, puis celui-ci est à son

---

(1) On évite ainsi la formation de carbonate de soude qui se produirait par la décomposition partielle du bicarbonate, décomposition que les recherches de M. Berthelot sur l'état des sels à acides faibles en solution aqueuse ont fait connaître.



tour agité avec de l'acide sulfurique étendu. Or, cette dernière liqueur est dextrogyre; elle contient, à l'état de sulfates, un alcali liquide dextrogyre et un alcali solide inactif. En répétant le même traitement sur la liqueur primitive, mais en employant cette fois la soude caustique, on obtient une solution lévogyre. Celle-ci est mise à évaporer sur l'acide sulfurique; puis, quand le résidu est à peu près sec, on l'abandonne à l'air, étalé sur des doubles de papier brouillard. Comme cette masse cristalline est très-hygro-métrique, le papier est bientôt pénétré du sulfate incristallisable et déli-quescent d'un alcaloïde liquide inactif, tandis que les cristaux blancs qui restent constituent le sulfate d'un alcaloïde liquide lévogyre. Ce sulfate possède un pouvoir rotatoire de  $[\alpha]_D = -30^\circ$ .

» Ainsi, il y a dans le grenadier deux alcaloïdes qui sont déplacés de leurs sels par le bicarbonate de soude et deux qui ne le sont pas. Des deux premiers l'un est liquide et dextrogyre, l'autre cristallisé et inactif; des deux derniers, qui sont liquides, l'un est inactif, l'autre lévogyre.

» Le lévogyre domine dans les tiges, le dextrogyre dans les racines.

» 3. *Préparation de l'alcali cristallisé.* — On traite l'écorce de grenadier comme il a été dit plus haut, puis on décompose par un alcali la solution dextrogyre et l'on agite avec du chloroforme. Celui-ci, par évaporation, abandonne l'alcali cristallisé souillé de l'alcali liquide qui l'accompagnait. On n'a plus qu'à le purifier par expression et plusieurs cristallisations dans le chloroforme ou l'éther. On en retire par kilogramme d'écorces sèches de 0<sup>gr</sup>, 30 à 0<sup>gr</sup>, 60.

» 4. *Composition.* — Obtenus par évaporation de leur solution aqueuse, les cristaux de ce corps contiennent 4 équivalents d'eau, qu'ils perdent en s'effleurissant dans un air sec. Leur composition est représentée par la formule



» En prenant les précautions nécessitées par la légère volatilité de l'alcali, j'ai trouvé, pour la perte de poids des cristaux sur l'acide sulfurique, 19,20 pour 100. Le calcul indique 19,047. Les analyses de l'alcali ont conduit aux résultats suivants (1) :

	Trouvé.	Calculé pour $\text{C}^{18}\text{H}^{15}\text{AzO}^2$ .
C.....	70,39	70,52
H.....	9,64	9,80
Az.....	9,19	9,15
O.....	10,78	10,53
	100,00	100,00

(1) Elles ont été faites dans le laboratoire de M. Berthelot, au Collège de France, avec l'obligeant concours de M. Villiers.

» Le chloroplatinate a été analysé après avoir été desséché à 110 degrés. La formule  $C^{18}H^{15}AzO^2, HCl, Cl^2Pt$  exige 27,437 pour 100 de platine : on a trouvé 27,57 et 27,49.

» 5. *Propriétés physiques.* — Les cristaux de l'alcali hydraté sont des prismes droits qui atteignent jusqu'à 2 centimètres de longueur. Quand on le chauffe, il perd son eau de cristallisation et fond à 46 degrés; il peut ensuite être amené à 37 degrés sans se solidifier. Il bout à 246 degrés. Il est déjà odorant et légèrement volatil à froid.

» Il est très-soluble dans l'alcool, le chloroforme, l'eau (2,5 parties à 10 degrés), l'éther (9 parties à 10 degrés). Le chloroforme l'enlève presque entièrement à sa solution aqueuse; mais avec l'éther il s'établit un partage tel, que pour poids égaux de ces deux dissolvants l'eau contient 0,9 d'alcali et l'éther 0,1. Il est sans action sur la lumière polarisée.

» 6. *Propriétés chimiques et sels.* — La réaction de cet alcaloïde est fortement alcaline. C'est une base énergique qui déplace même l'ammoniaque de ses sels. Elle ne précipite pas les sels de magnésie, mais elle précipite l'alumine (du sulfate), la baryte et la chaux. Un excès d'alcali ne redissout pas les précipités, pas plus que ceux qu'elle forme dans les solutions des métaux proprement dits.

» Il donne toutes les réactions des alcaloïdes, et, comme la pelletière, avec l'acide sulfurique et le bichromate de potasse, il produit une coloration verte très-intense.

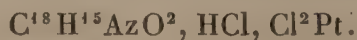
» Les sels de cet alcali sont cristallisés. Le chlorhydrate cristallise en rhomboédres; il est anhydre et a pour formule



il se dissout dans son poids d'eau à 10 degrés. Le sulfate a pour formule



à l'étuve ou sur l'acide sulfurique il perd 4 HO; il est soluble dans moins de deux fois son poids d'eau à 10 degrés. Le chloroplatinate cristallise en fines aiguilles d'un jaune rougeâtre; il a pour formule



» Quant au nom à donner à cet alcali, je crois devoir le réserver jusqu'à ce que j'aie terminé l'étude de ceux qui l'accompagnent dans le grenadier. »



CHIMIE ORGANIQUE. — *De la formation de l'acide carbonique, de l'alcool et de l'acide acétique par la levûre seule, à l'abri de l'oxygène et sous l'influence de ce gaz.* Note de M. A. BÉCHAMP.

« Dans une précédente Note, j'ai étudié la fermentation alcoolique accomplie dans l'oxygène. D'autre part, j'ai eu plusieurs fois l'occasion d'insister sur le fait que la levûre, toute seule, sans le concours du sucre, était capable de produire l'acide carbonique, l'alcool et l'acide acétique, trois termes nécessaires de toute fermentation alcoolique. Il m'a paru intéressant d'examiner de plus près les circonstances de cette production et de rechercher quelle influence, favorable ou perturbatrice, l'oxygène pouvait exercer sur le phénomène. J'ai fait trois séries d'expériences : dans la première, la levûre, délayée dans l'eau, était absolument soustraite à l'air ; dans la deuxième, la levûre, en pâte, était abandonnée à elle-même, dans l'air et dans une enceinte créosotée ; dans la troisième, la levûre, délayée dans l'eau, était soumise à l'influence du courant d'une batterie de Bunsen. Dans chaque expérience, pour éliminer les produits adhérents, la levûre était lavée à grande eau par décantation, puis sur les filtres où elle devait s'égoutter. Aussitôt égouttée suffisamment, elle était mise en expérience, après s'être assuré de sa pureté et avoir déterminé sa teneur en matière sèche.

» *Première série.* — La levûre, délayée dans deux ou trois fois son poids d'eau, bouillie et refroidie dans un courant d'acide carbonique, était introduite dans un appareil à fermentation spécial, pendant qu'on y faisait passer un courant d'acide carbonique jusqu'à ce que tout l'air eût été expulsé. L'appareil était placé dans une enceinte dont la température était maintenue entre 25 et 30 degrés. Toujours on constate un dégagement régulier d'acide carbonique, pur au début, mêlé d'azote à la fin. On laissait continuer l'expérience plus ou moins longtemps. Voici les résultats d'une de ces expériences. 1100 grammes de levûre (17 pour 100 de matière sèche) ont réagi pendant six jours. Alors on a jeté sur des filtres et recueilli 3 litres de liqueur. Par des distillations et rectifications sur du carbonate de soude, on arrive à déterminer l'alcool et l'acide acétique. Trouvé : alcool absolu, 7 centimètres cubes ; acide acétique, 0<sup>gr</sup>, 306 ; et pour 100 de levûre sèche : alcool absolu, 3<sup>cc</sup>, 7 ; acide acétique, 0<sup>gr</sup>, 163.

» *Deuxième série.* — La levûre, égouttée, est abandonnée à l'air dans une enceinte créosotée, à la température du climat de Montpellier, pendant les mois de novembre et d'octobre. Elle se boursoufle d'abord en dégageant de l'acide carbonique, puis la masse s'affaisse et se fluidifie. Alors on jette

sur des filtres et l'on recueille la liqueur qui s'écoule. Cette liqueur étant distillée fournit l'alcool et l'acide acétique. 558 grammes de levûre (116 grammes de matière sèche), du 16 novembre au 4 décembre, ont fourni :

Levûre égouttée sur les filtres : . . . . .	292 <sup>gr</sup>
Liquide écoulé. . . . .	263
	<hr/> 555

Le liquide écoulé, distillé et convenablement rectifié, a fourni : alcool absolu, 12<sup>cc</sup>,6; acide acétique, 1<sup>gr</sup>,76; soit, pour 100 de matière sèche : alcool, 10<sup>cc</sup>,8; acide acétique, 1<sup>gr</sup>,5.

» C'est donc un fait constant : la levûre toute seule, absolument pure, dégage de l'acide carbonique en produisant de l'alcool et de l'acide acétique, qu'elle soit délayée dans l'eau ou non, à l'abri ou au contact de l'air.

» *Troisième série.* — Voici, avec quelques détails, une de ces expériences. 100 grammes de levûre (17 grammes de matière sèche) sont introduits avec 250 centimètres cubes d'eau dans un vase cylindrique de façon que la levûre, en se déposant, formât une colonne d'une hauteur suffisante. Les électrodes de platine, terminées par des lames de même métal, sont disposées de manière à être constamment plongées au milieu de la masse de levûre. L'appareil étant hermétiquement mastiqué, on y fait passer un courant prolongé d'acide carbonique pour en expulser tout l'air; le gaz étant totalement absorbable, on interrompt le courant et l'on ferme le tube qui amène l'acide carbonique. Tout étant prêt, le courant de huit couples de Bunsen est dirigé à travers la levûre. On laisse perdre le gaz des vingt-quatre premières heures, lequel contenait déjà de l'hydrogène. L'expérience, comme on le voit, était disposée, non pour l'acide carbonique, mais pour bien constater l'absorption de l'oxygène. Je note seulement que, du commencement à la fin, le gaz dégagé contenait de l'acide carbonique; le troisième jour, alors qu'on pouvait supposer expulsé celui qu'on avait laissé dans l'appareil, il en contenait 35 pour 100 et, à la fin, 6 à 7 pour 100. L'acide carbonique du gaz dégagé étant absorbé, on fait l'analyse eudiométrique de la portion non absorbable. Voici les résultats en centièmes de quatre analyses :

	Troisième jour.	Quatrième jour.	Cinquième jour.	Septième jour.
Hydrogène. . . . .	66,1	73,67	72,20	73,90
Oxygène. . . . .	10,1	19,80	22,86	23,70
Azote. . . . .	23,8	6,53	5,00	2,40 <sup>(1)</sup>
	<hr/> 100,0	<hr/> 100,00	<hr/> 100,00	<hr/> 100,00

(<sup>1</sup>) Le fait du dégagement d'azote est à noter; je ne veux pas en tirer de conséquences



» Le fait de l'absorption de l'oxygène est évident; mais on aurait une idée inexacte de la marche du phénomène par l'inspection de ce Tableau. En effet, la quantité de gaz dégagé n'est pas la même, pour le même temps, pendant toute la durée de l'expérience. Sans doute parce que le milieu devient plus conducteur, le volume du gaz dégagé augmente assez rapidement, jusqu'à être double le troisième jour et triple le cinquième. Si donc la quantité d'oxygène non absorbé augmente, c'est que le dégagement est trop rapide. Quoi qu'il en soit, durant l'expérience, qui a duré huit jours, il a été recueilli 5390 centimètres cubes de gaz non absorbable contenant en moyenne 70 pour 100 d'hydrogène, soit 3710 centimètres cubes qui équivalent à 1855 centimètres cubes d'oxygène. En admettant que le tiers de cet oxygène ait été absorbé, on voit que près de 1 gramme de ce corps a agi sur la matière des 17 grammes de la levûre employée.

» Durant cette action, la levûre, outre l'acide carbonique, l'alcool et l'acide acétique, a excrété :

Matières organiques fixes. ....	3,690
Matières minérales. ....	0,984
	<u>4,674</u>

soit 27,5 pour 100 de sa substance supposée sèche.

» Les produits volatils contenaient 0<sup>gr</sup>,18 d'alcool et 0<sup>gr</sup>,108 d'acide acétique, soit, pour 100 de matière sèche : alcool, 1<sup>gr</sup>,06; acide acétique, 0<sup>gr</sup>,63.

» Dans une autre expérience, avec un autre échantillon de levûre, on a obtenu, pour 100 de matière sèche : 2<sup>gr</sup>,76 d'alcool, 1<sup>gr</sup>,42 d'acide acétique et 11<sup>gr</sup>,9 de produits fixes.

» On pourrait objecter que l'alcool provient du milieu d'où elle a été tirée. Il n'en est rien. Des dosages directs prouvent que la levûre la mieux lavée contient toujours de l'alcool (puisqu'elle en produit sans cesse), mais en faible quantité. Je citerai une expérience de contrôle. 250 grammes de levûre récemment lavée et distillée en masse, aussitôt après le lavage, fournissent au maximum 0<sup>gr</sup>,2 d'alcool, c'est-à-dire 0<sup>gr</sup>,5 pour 100 de matière supposée sèche. D'ailleurs, dans les opérations qui précèdent, on n'a distillé que le liquide séparé des globules par le filtre, et l'on peut admettre que les globules en retiennent, après les opérations, autant qu'ils en contenaient auparavant, ce que j'établirai dans mon Mémoire. »

---

quant à présent; le fait est trop capital pour ne pas mériter d'être constaté de nouveau; je note seulement que, à un moment donné, la levûre en dégage dans les expériences de la première série : peut-être s'en dégage-t-il même dans la fermentation alcoolique normale.



MÉTÉOROLOGIE. — *Sur un verglas observé en Floride.* (Extrait d'une Lettre de M. COLLIN, de New-York, à M. Jamin.)

« Dans le voisinage d'Arlington, en Floride, le froid fut très-vif, et, le soir du 4 janvier, la pluie se mit à tomber et continua jusqu'au lendemain soir. Pas de neige ni de grêle; rien qu'une pluie glaciale. C'était une singulière anomalie que de voir en Floride une forêt couverte de glace d'un blanc argenté. Le spectacle que les pins et les palmiers offraient était remarquablement beau. Les jeunes palmiers et des groupes entiers de palmiers nains étaient couchés à terre; les branches se cassaient; les oranges étaient littéralement glacées comme chez les confiseurs. En résumé, les phénomènes étaient les mêmes que ceux qu'on a observés en France; et, comme en général les grands mouvements atmosphériques se transportent à travers l'Atlantique, il est possible que ce soit le même verglas qui a été observé en Floride le 4 janvier et vingt jours après à Fontainebleau. »

M. DESBOVES adresse une Note intitulée « Sur la résolution en nombres entiers de l'équation  $aX^4 + bY^4 + dX^2Y^2 + fX^3Y + gXY^3 = cZ^2$ . »

M. ANTONIO ESPINA Y CAPO adresse à l'Académie une copie d'un article intitulé : « Claudio Bernard, su influencia, su metodo y sus obras ».

A 4 heures un quart, l'Académie se forme en Comité secret.

### COMITÉ SECRET.

La Section d'Anatomie et Zoologie, en l'absence de M. Milne Edwards, présente, par l'organe de M. de Quatrefages, la liste suivante de candidats à la place laissée vacante dans son sein par le décès de M. Paul Gervais :

*En première ligne.* . . . . . M. ALPH.-MILNE EDWARDS.

*En deuxième ligne.* . . . . . M. DARESTE.

*En troisième ligne, ex æquo par* { M. POUCHET.  
*ordre alphabétique.* . . . . . } M. SAPPEY.

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 5 heures trois quarts.

D.



BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS DANS LA SÉANCE DU 24 MARS 1879.

(SUITE.)

*Transactions of the Wisconsin Academy of Sciences, Arts and Letters*; vol. III, 1875-1876. Madison, Wis. Bolens, 1876; in-8°.

*Bulletin of the United States geological and geographical survey of the territories*; vol. IV, number 3. Washington, Government Printing Office, 1878; in-8°.

*Flora Batava. Afbeelding en beschrijving van nederlandsche Gewassen. Aangevangen door wijlen JAN KOPS, voortgezet door F.-W. VAN EIDEN*; 239-240 aflevering. Leyden, de Breuk et Smits, sans date; 2 livr. in-4°.

*Annuario della Societa meteorologica italiana*, redatto dal Prof. D. RAGONA; vol. I. Roma, Torino, Firenze, 1878; in-8° relié.

*Notizie botaniche relative alle provincie meridionali d'Italia pel 1878. Nota del Soc. ord. G.-A. PASQUALE. Sans lieu ni date; br. in-4°.* (Estratto dal *Rendiconti della reale Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli.*) [Présenté par M. Decaisne.]

*Anales de la Oficina meteorologica argentina*, por su director B.-A. GOULD; t. I: *Clima de Buenos Aires*. Buenos Aires, impr. de Pablo e Coni, 1878; in-4°.(Deux exemplaires.)

---

OUVRAGES REÇUS DANS LA SÉANCE DU 31 MARS 1879.

*L'éclairage électrique*; par M. le comte TH. DU MONCEL. Paris, Hachette et C<sup>ie</sup>, 1879; in-12.

*Jean Fernel, d'Amiens. Le meilleur traitement du mal vénérien, 1759.* Traduction, Préface et Notes, par M. L. LE PILEUR. Paris, G. Masson, 1879; in-12.

*Bulletin des Sciences mathématiques et astronomiques*; 2<sup>e</sup> série, t. II, octobre et novembre 1878. Paris, Gauthier-Villars, 1878; 2 livr. in-8°. (Deux exemplaires.)



*Université catholique de Lyon. Organisation du Service de la Zoologie à la Faculté des Sciences ;* par M. A.-L. DONNADIEU. Paris, J. Leclère, 1879; in-8°.

*Enquête sur la situation du vignoble de l'Hérault en 1878 ;* par M. le Dr F. CAZALIS. Montpellier, impr. Hamelin frères, 1879; in-8°. (Extrait du *Messenger agricole du Midi.*)

*Annales de la Faculté des Lettres de Bordeaux ;* 1<sup>re</sup> année, n° 1, mars 1879. Bordeaux, Duthu, 1879; in-8°.

*Note sur l'étude des orages accompagnés de grêle et de phénomènes électriques ;* par M. D. COLLADON. Sans lieu ni date; opusc. in-8°. (Extrait des *Actes de la 60<sup>e</sup> session de la Soc. helv. des Sc. nat.*)

*Le Conseil d'État et les recours pour excès de pouvoir ;* par M. L. AUCOC. Paris, A. Quantin, 1879; in-8°. (Extrait de la *Revue des Deux-Mondes.*)

*Catalogue des Diatomées de l'île Ceylan ;* par M. G. LEUDUGER-FORTMOREL. Saint-Brieuc, F. Guyon, 1879; in-8°. (Adressé par l'auteur au Concours Desmazières 1879.)

*Catalogue des Diatomées marines de la baie de Saint-Brieuc et du littoral des Côtes-du-Nord ;* par M. G. LEUDUGER-FORTMOREL. Paris, impr. Martinet, 1879; in-8°. (Adressé par l'auteur au Concours Desmazières 1879.)

*Influence of the Moon's phases on the temperature of the air at Batavia ;* by P.-A. BERGSMA. Amsterdam, Van der Post, 1878; br. in-8°.

## ERRATA.

(Séance du 24 mars 1879.)

Page 673, ligne 35, au lieu de géométrique, lisez géogénique.